國立成功大學 機械工程學系 碩士 論 文

# 風力發電場規劃與發電機葉片設計在地理 限制下之整合研究

Wind Farm Optimization with Turbine Blade Design Considering Geographical Constraints



研究生:陳力豪 指導教授: 詹魁元博士

中華民國一百零一年七月

# 風力發電場規劃與發電機葉片設計在地理限制下之整合研究

Wind Farm Optimization with Turbine Blade Design Considering Geographical Constraints

研究生:陳力豪 指導教授: 詹魁元博士 Student: Li-Hao Chen Advisor: Dr. K.Y. Chan

國立成功大學



Submitted to Department of Mechanical Engineering College of Engineering

National Cheng Kung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Dept. of Mech. Eng.

July 2012

Tainan, Taiwan

中華民國一百零一年七月

風力發電場規劃與發電機葉片設計在地理限制下之整合研究

學生: 陳力豪

指導教授: 詹魁元博士

國立成功大學機械工程學系

#### 摘 要

在科技不斷進步以及能源消耗量持續提升的今日,利用更永續的方式來產生電力已成為一大 趨勢,其中風力發電為最具潛力的方法之一。良好的風力發電轉換效率必須搭配完善的風力 發電場規劃,其中包含配電控制系統整合、風場規劃、塔架設計、風力葉片結構設計、及空 氣動力性能評估等。在以往文獻中,我們發現大部分學者只針對個別領域進行研究,鮮少有 整合不同領域進行風場設計並探討各領域間相互之影響。本研究欲提出一套整合型風力發電 場規劃與發電機葉片設計,並與現行台灣實際風力發電場案例作比較,探討在各式風力發電 機選擇下對於整體風場之影響,其中葉片設計需在結構不發生破壞下有良好的空氣動力性 能,以提升發電效率。

考量風力發電場規劃與風力葉片設計的問題為一整合型的問題,此類型的問題為存在大 量變數、大量的拘束條件、複雜的數學運算、及使用工程分析軟體的複雜系統設計問題。針 對複雜系統之設計方法我們採用解析目標傳遞法(Analytical Target Cascading, ATC),此方 法是利用系統化的拆解方式,將複雜系統拆解成較小的子系統,降低了求解上的困難度,在 求解的過程中透過子系統間的溝通協調,使整體系統可以達到與未拆解前系統相同的最佳 值。倘若拆解後的子系統因設計空間太過複雜,使演算法無法收斂,此時子系統的設計點可 能落在可行解或非可行解空間之不恰當區域,導致最終結果不理想,爲降低未收斂子系統對 整體結果的影響,本研究利用子系統現有設計點,依梯度方向搜尋較佳的設計點,並觀察修 正後整體系統之收斂情形。

本論文最後展示風力發電場規劃與葉片設計之整合型範例,並以此範例探討改良後之 解析目標傳遞法收斂情形,同時本研究亦考量風場地理位置上的限制,針對地形限制及風 速/風向之地理特性進行更完善的規劃。

關鍵字:風力發電,風力發電場規劃,風力發電機葉片設計,風力葉片空氣動力學,最佳化設計

#### Wind Farm Optimization with Turbine Blade Design Considering Geographical Constraints

Student: Li-Hao Chen

Advisor: Dr. K.Y. Chan

Department of Mechanical Engineering College of Engineering National Cheng Kung University

#### ABSTRACT

The increase of energy consumption in all sectors calls for more sustainable sources of energy. In the pursue of green energy, wind turbines have the highest potential and are also the most implemented worldwid. Design and planning of wind energy require the integration of wind farm location and layout, wind turbine frame design, the aerodynamics of wind turbine blades, among many other cost and engineering considerations. In the literature, most researchers consider only one aspect of the wind farm design while ignoring the rest. Since these disciplines are deeply coupled in nature, in this research we propose an integrated framework of both wind farm layout optimization and turbine blade design to improve the overall energy transformation efficiency while considering the aerodynamics of turbine blades and the wake effects of wind turbine placement. The integrated wind farm and turbine blade design has a large number of variables, numerous constrains, and time-consuming engineering computer simulations. In this thesis, this complex problem is decomposed as a multi-level system and then solved using Analytical target cascading (ATC). By systematic coordination, ATC should provide comparable results as the all-in-one problem. However, the optimization processes of subproblems in ATC might not always converge to the global optimum in practice. These unconverged subsystems will provide inappropriate responses in ATC that might lead to longer simulation time or even erroneous outcomes. To alleviate the impacts of unconverged subsystems, we proposed a modification to ATC such that the entire ATC solution will not be baffled by inappropriate responses. The proposed ATC modification is tested in a mathematical example and also implemented in the wind farm optimization problem. Site-specific geographical constraints and the local wind characteristics are both considered in the wind farm planning. The result is a more rigorous all-around wind energy solution that fits local geographical characteristics.

Keywords : Wind energy ; Wind farm ; Wind turbine blade design ; Aerodynamics ; Optimization design

## 誌 謝

首先誠挚的感謝我的指導教授— 詹魁元老師,老師悉心的教導使我認識系統最佳化與可 靠度設計領域的奧妙,在研究的生涯中,不僅授予研究上的經驗也教導我待人處世上的正確 態度,每次的會議都耐心的給予學生寶貴的意見與啓發,使我在這兩年中獲益匪淺。

我也要感謝口試委員-瞿志行老師與陳家豪老師給予本研究以及論文許多指導與建議, 使得本研究論文之内容可以臻於完善。

在這兩年中待最久的地方非實驗室莫屬,因此特別要感謝實驗室的成員們。感謝已畢業 的學長姐:勝昌、佳豪、季儒、昱達、琇雯、淳民、彬儀,在研究或生活上給我許多幫助與 建議,懷念與你們相聚的歡樂時光;也感謝聰明的子頡不厭其煩的給予大家許多研究上的建 議;感謝同屆好友:伊倩、世薪、振寧、濬瑜,恭喜我們順利平安的走過這兩年,在懵懵懂 懂下互相扶持,一起成長、一起修課、一起分享心情點滴,這些回憶將銘感於心;感謝學弟 妹們:典運、俼君、東泰、庭玉、佑安、煜駿、值榕、明證、肇余、冠維、米約瑟,大家一 起出遊、慶生、打牌、打球和唱歌,帶給實驗室許多歡樂的氣氛,謝謝你們讓我我留下美好 的回憶,我會再回來的。

感謝大學時期的好友們:群凱、睿達、昱豪、威廷,大家的互相關心與祝福,都讓我備 感窩心,感謝國中及高中好友:哲皓、瑋書、育瑞,雖然見面時間不多,總是給我歡笑與支 持,豐富我的研究生活,也感謝潔茹在我煩惱、挫折時,給我溫暖的懷抱與包容。

最後要感謝我親愛的家人,感謝父母親從小給予的栽培與支持,讓我在生活上不必為了 金錢煩惱,可以讓我專注於課業之中,謹以此論文獻給我最愛的家人。

V

目



書名頁
論文口試委員審定書i
中文摘要 ii
英文摘要 iv
誌謝
目錄
表目錄ix
圖目錄
符號説明
第一章、緒論
1.1 前言
1.2 研究動機與目的
1.3 本文架構
第二章、研究背景與文獻回顧
2.1 風力發電機 5
2.2 相關文獻回顧
2.3 風力葉片空氣動力學
2.3.1 一維動量理論(One Dimensional Momentum Theory)
2.3.2 一維動量理論(考量旋轉尾流)
2.3.3 葉片元素理論(Blade Element Theory)

	2.3.4	葉片元素動量理論(Blade Element Moment Theory)	16
2.4	尾流模	转型(Wake Model)	18
第三章	、研究之	方法	20
3.1	複雜系	統整合與設計	20
	3.1.1	解析目標傳遞法	20
	3.1.2	多層系統架構與演算流程	21
	3.1.3	解析目標傳遞法數學模型	24
	3.1.4	解析目標傳遞法策略發展	27
3.2	待解決	<b>之</b> 困難	39
3.3	子系統	是最佳化之修正策略	40
	3.3.1	未收斂值為可行解	41
	3.3.2	未收斂值爲非可行解	42
	3.3.3	設計策略整合	43
3.4	數學範	〔例	45
	3.4.1	變形幾何規劃數學範例	45
第四章	、風力發	<b>餐電場配置與葉片設計</b>	51
4.1	問題描	与述與系統簡介	51
	4.1.1	地理分析次系統	52
	4.1.2	葉片外型次系統	55
	4.1.3	葉片空氣動力學次系統	56
	4.1.4	葉片結構力學次系統	62
	4.1.5	子系統整合與最佳化模型	64

4.2	固定風力發電機數目之最佳規劃	66
4.3	未定風力發電機數目之最佳規劃	74
4.4	結果與討論	77
第五章	、台灣實際風力發電場案例	78
第六章	、研究貢獻與未來方向	85
6.1	研究貢獻	85
6.2	未來研究方向與建議	86
突去亡	ŧ۶	87



# 表目錄

2.1	文獻分類表	9
3.1	變形幾何規劃範例-結果比較表	50
4.1	地理分析次系統-參數表	54
4.2	葉尖速比與葉片數目建議表 [21]	57
4.3	蒲福風級表 [1]	62
4.4	葉片結構次系統-參數表	64
4.5	空氣動力學系統結果比較表	67
4.6	邊界放置-各風力發電機風速表	71
4.7	直線放置-各風力發電機風速表	71
4.8	交錯放置-各風力發電機風速表	72
4.9	不同區域限制放置-各風力發電機風速表	74
4.10	風力發電場規劃與葉片設計範例-各項數值表	76
5.1	台中市風力發電場規劃-結果比較表	80
5.2	風力發電機之間距離比較表	80
5.3	十台風力發電機各項數值表	81
5.4	三台風力發電機各項數值表	82
5.5	五台風力發電機各項數值表	83

# 圖 目 錄

1.1	台灣風力發電趨勢 [16]	1
2.1	伯努力定律	5
2.2	風力發電機風速與輸出功率示意圖 [21]	6
2.3	風力發電機類型示意圖 [2]	6
2.4	動量理論之控制容積 [21]	10
2.5	各係數相對軸向感應因子圖 [21]	12
2.6	旋轉尾流示意圖 [21]	13
2.7	葉片分段截面圖 [21]	15
2.8	葉片受力方向圖	15
2.9	風力發電機尾流模型示意圖 [22]	19
3.1	階層狀架構示意圖	21
3.2	子系統資訊流示意圖	22
3.3	解析目標傳遞法資訊流示意圖	23
3.4	三層系統模型架構及資訊流	24
3.5	雙層四系統連結變數範例示意圖	27
3.6	權重更新法整體流程圖	29
3.7	active-set策略示意圖 [14]	36
3.8	系統架構變化圖 [14]	37
3.9	設計策略流程圖 [14]	37

3.10	拘束法應用於雙目標最佳化之Pareto set示意圖	38
3.11	子系統資訊變動情況示意圖	40
3.12	不恰當設計值修正策略示意圖-可行解狀況	41
3.13	不恰當設計值修正策略示意圖-非可行解狀況	42
3.14	設計策略流程圖	44
3.15	變形幾何規劃範例-拆解系統架構圖	46
3.16	變形幾何規劃範例-修正前資訊流一致性狀態歷程圖	47
3.17	變形幾何規劃範例-修正後資訊流一致性狀態歷程圖	48
3.18	變形幾何規劃範例-未收斂子系統之目標函數值變化圖	49
3.19	變形幾何規劃範例-未收斂子系統之目標函數於修正前後誤差示意圖	49
4.1	系統架構示意圖	52
4.2	風力發電場示意圖	53
4.3	風力葉片範例:葉片俯視圖	55
4.4	NACA4412翼剖面參數示意圖	57
4.5	NACA4412-c型流場示意圖	58
4.6	NACA4412-Gambit網格示意圖	58
4.7	NACA4412-Fluent輸出結果	59
4.8	風力發電機葉片截面圖	60
4.9	Batch Mode最佳化流程圖	61
4.10	葉片受力分析圖	63
4.11	葉片分段示意圖	63

4.12	資訊傳遞示意圖	65
4.13	風力發電機葉片各控制點示意圖	68
4.14	風力發電機葉片-貝茲曲線圖	68
4.15	風力發電機葉片-旋轉角示意圖	69
4.16	風力發電機配置圖- $\alpha = 0.1$	69
4.17	風力發電機配置圖- $\alpha = 0.01$	69
4.18	風力發電機配置圖- $\alpha = 0$	70
4.19	風力發電機邊界放置示意圖	70
4.20	風力發電機直線放置示意圖	71
4.21	風力發電機交錯放置示意圖	72
4.22	風力發電機最佳配置圖	73
4.23	不同區域限制放置-風力發電機最佳配置圖	73
4.24	風力發電機最佳配置圖	74
4.25	風場規劃與葉片設計範例-整體設計流程示意圖	75
4.26	風力發電機最佳配置圖	76
5.1	台中市風場規劃配置圖	78
5.2	台中市風場規劃配置示意圖	79
5.3	台中市風力發電機最佳配置比較圖	80
5.4	十台風力發電機之最佳配置圖	81
5.5	三台風力發電機之最佳配置圖	82
5.6	五台風力發電機之最佳配置比較圖	83

# 符號說明

$\ \cdot\ _r$	歐幾里德範數(Euclidean norm)
0	兩個向量逐項相乘
a	軸向感應因子
a'	角感應因子
С	風力發電機葉片弦長
$C_l$	升力係數
$C_d$	阻力係數
$C_{ij}$	與子系統P <sub>ij</sub> 相連的下層系統
d	風力發電機間之垂直距離
f	目標函數
$\nabla f$	目標函數f的梯度
$f_j^c$	原問題目標函數限制值
$\nabla g$	拘束條件g的梯度
g	不等式拘束條件
h	等式拘束條件
$\mathbf{i}_c$	子系統之間資訊一致性的結果
Ι	解析目標傳遞法的更新參數之外迴圈數
Р	風力發電機輸出功率
$P_{ij}$	多階層狀架構中第i層、第j個子系統
r	風力發電機葉片半徑

#### R 子系統之間的響應變數

- $\mathbf{R}_{ii}^{i}$  子系統 $P_{ij}$ 向上傳遞至上層子系統之響應變數
- $\mathbf{R}^{i}_{(i+1)k}$  子系統 $P_{ij}$ 向下傳遞至下層子系統之響應變數
- $\mathbf{R}_{ij}^{i-1}$ 上層子系統向下傳遞至子系統 $P_{ij}$ 之響應變數
- $\mathbf{R}^{i+1}_{(i+1)k}$  下層子系統向上傳遞至子系統 $P_{ij}$ 之響應變數
- Sii 變數選擇矩陣
- u<sub>i</sub> 各風機所受風速
- U
   自由流體速度

   v
   拉格朗日乘子

   v<sup>R</sup>
   響應變數所對應的拉格朗日乘子

   v<sup>y</sup>
   連結變數所對應的拉格朗日乘子

   w
   權重係數

   w<sup>R</sup>
   響應變數誤差所對應的權重係數
- w<sup>y</sup> 連結變數誤差所對應的權重係數
- x 設計變數
- x<sub>ij</sub> 區域變數
- $\mathbf{y}_{ij}^{i}$  子系統 $P_{ij}$ 向上傳遞至上層子系統之連結變數
- $\mathbf{y}_{(i+1)k}^{i}$ 子系統 $P_{ij}$ 向下傳遞至下層子系統之連結變數
- $\mathbf{y}_{ij}^{i-1}$ 上層子系統向下傳遞至子系統 $P_{ij}$ 之連結變數
- $\mathbf{y}_{(i+1)k}^{i+1}$  下層子系統向上傳遞至子系統 $P_{ij}$ 之連結變數
- α 風力發電機葉片攻角
- $\Gamma^{ij}_{(i+1)k}$  子系統 $P_{ij}$ 與子系統 $P_{(i+1)k}$ 的耦合強度

- θ 風力發電機葉片旋轉角
- $heta_{ij}^{y}$  連結變數間誤差之容許量
- *κ* 步長
- *ρ* 空氣密度
- ω<sub>f</sub> 目標函數之單位梯度方向上的權重係數
- ω<sub>j</sub> 拘束條件之單位梯度方向上的權重係數



## 第一章 緒論

### 1.1 前言

在科技不斷進步以及能源消耗量持續提升的今日,全球各國紛紛致力於研究替代能源。 根據荷蘭殼牌公司估計,2060年全球將有半數的電力來自再生能源 [16],如水力、風力、太 陽能、地熱能和生質能等永久性能源。台灣的能源仰賴進口佔99.4%,在世界能源日漸枯竭 之際,我國若未能提高自主能源比例,對國家安全影響甚大。再生能源中,風力發電不僅 可以減少二氧化碳排放量,其建造費用較水力、火力發電便宜 [16],加上取之不盡,用之不 竭,因此我國近年來積極投入風力發電產業,如圖1.1所示,我國的風力發電的裝置容量持續 增加,於2011年已高達6000MW,且期望能在2030年達到42000MW。



圖 1.1: 台灣風力發電趨勢 [16]

台灣雖然土地面積狹小,但風力資源豐富,特別以桃園-雲林沿海一帶,由於有強勁 的夏季西南氣流與冬季東北季風吹襲,因此成為台灣設置風力發電場的最佳地點,目前已 有20座風力發電廠的設置。隨著台灣的風力發電產業快速發展,如何在有限的土地配置風力 發電機位置以達到最大發電效益變成了重大的課題,在配置風力發電機時需考量的因素如下:

**地形限制** 土地的面積及地形的高度會直接的影響到配置風力發電機時的難易度,同時也會 有日後維護上的問題,因此以選擇方便維護及裝置風力發電機的地形爲優先。

- **風速風向** 影響風力發電的效益包含風速大小以及迎面風向,由於台灣盛行東北或西南季 風,因此風力發電機以面向東北或西南較佳,此外以沿海地帶有較大風速。
- 土地成本 風力發電機的體積非常龐大,每支風力發電機平均占地約600~700平方公尺,因 此在決定風力發電機設置地點時,常選擇土地取得成本較低的地方。
- 功率需求 風力發電產生的功率除了與風速大小有關外,也與發力發電機葉片半徑及空氣動力性能有關,因此在設計葉片時除了避免發生破壞之外還必須考量空氣動力特性以達到較好的發電效益。
- 結構強度 為了避免風力發電機發生破壞,風力葉片與塔架的設計需考量所能承受之最大應 力,葉片的最大應力必須能夠承受當地最大風速所產生的應力,另外塔架需依照 葉片的大小進行設計且避免發生破壞,因此風力發電機的結構強度也必須納爲考 量。

綜合上述我們發現在配置風力發電機時所考量的因素之間相互耦合,在決定葉片半徑的 同時必須考量到地形上的限制,而在選擇地形的同時考量土地的成本以及風速及風向,此類 整合型的設計問題,在設計的同時還需要特定模擬分析軟體,且存在大量變數或拘束條件的 情況,通常擁有此特性的設計問題我們稱爲複雜系統設計問題或大尺度系統設計問題。

複雜系統龐大的運算量使得工程師難以有效對其求解,因此當面臨此種問題時,可以將 單一複雜系統拆解成多個子系統,如此一來在運算量、非線性程度或是設計維度都相較於原 先單一系統簡化許多,例如可將整合型風力發電設計拆解成多個子系統,如風場環境、空氣 動力學和結構等子系統,根據拆解過後的結果,將個子系統個別進行求解後再將這些系統的 設計整合起來並近似成整體系統的設計。

雖然可以利用系統拆解的方式來提高複雜系統求解的可能性,但在某些情況下由於演算 法收斂條件的因素或子系統的設計空間太過複雜,子系統無法收斂而得到不恰當的設計值, 因此如何在不增加太多額外的成本下獲得適當的設計點,將會是本論文所必須面臨的重大課 題。

 $\mathbf{2}$ 

## 1.2 研究動機與目的

現行文獻中關於風力發電的設計多半著重於個別領域,鮮少研究整合風場規畫以及風力 葉片設計,但經過分析後發現在進行風力發電機配置時所考量的因素,彼此之間會相互影 響,因此本研究欲提出一套整合型風力發電設計,與現行台灣實際風力發電場案例作比較, 並探討在各種風力發電機配置下對於整體風場之影響。

對於整合型複雜系統之設計,本研究欲利用拆解方法拆解成各個子系統,並將子系統組成一階層狀架構,透過架構,子系統可以彼此進行溝通,進而設計出近似整體系統的結果, 然而當子系統之間傳遞的資訊不恰當或不一致時,往往會影響整體系統的最後的設計值或使 整體系統無法收斂,我們並不希望在花費了計算及時間成本後所獲得的設計點是不恰當的, 因此如何從現有設計點找到較恰當的設計點是非常重要的,同時也希望能夠幫助整體系統收 斂。經過上述討論後,本論文主要目的有以下四點:

- 整合風力發電場規劃與風力葉片設計,並探討地理限制與風力發電機配置間之相互影響。
- 應用複雜系統最佳化設計方法於整合型風力發電範例,並針對子系統發生無法收斂之 狀況提出修正策略。
- 整合修正策略至現有複雜系統設計方法中,提出一套新的設計流程,並探討修正策略 對於整體系統之影響。
- 提供設計者一套整合型風力發電場設計方法,設計者可藉由調整各項參數值以獲得具 有參考價值之設計點並與眞實案例比較後分析優缺點。

## 1.3 本文架構

本論文一共分為六章。以下簡介各章的基本架構

• 第一章:緒論

介紹本研究的前言、動機以及目的。

• 第二章:研究背景與文獻回顧

介紹研究的相關背景與文獻探討,包含風力發電機介紹與風場環境規劃考量的因素, 並介紹發電機葉片空氣動力學相關理論。

• 第三章:研究方法

介紹本研究所應用之複雜系統整合與設計方法,子系統發生不恰當設計點之改良方法,並藉由數學範例比較結果。

- 第四章:整合型風場規劃與風力葉片設計
   介紹整合型風力發電範例,其中考量風力發電機配置環境、風力葉片空氣動力學、葉
   片半徑以及葉片結構等四大系統,並應用上述方法於此範例求出適當設計。
- 第五章:台灣實際風力發電廠案例
   探討台灣現行風力發電廠之風力發電機配置,並與本論文提出之風力發電場規劃結果
   作比較。
- 第六章:研究貢獻與未來方向
   總結本研究的內容,包含本研究之貢獻及未來研究方向。

# 第二章 研究背景與文獻回顧

本章節首先將介紹風力發電機原理、類型及基本構造,包含設計風力葉片時應用到之相 關理論,對於風力發電機最佳配置問題,風場環境以及風力發電機之間互相干擾的尾流效應 都是本研究探討的重要依據。

#### 2.1 風力發電機

風力發電的原理是利用空氣流動時產生的風壓,藉由空氣的氣動力作用產生推力, 推力的產生可根據伯努力定律(Bernoulli Low) [21],如式(2.1),p與g分別為壓力與地心加速 度,v與ρ為機翼流速與流體密度,h為所處高度,由於流經機翼下方氣流速度較小,壓力較 大,相對流經上方氣流速度較快而壓力較小,如圖2.1,因此得到向上的升力帶動風力葉片產 生旋轉,進而帶動發電機轉動轉換成電能,是一種由風能轉換爲機械能,再由機械能轉換爲 電能的發電裝置。



圖 2.1: 伯努力定律

風力發電機開始發電的時機,完全取決於風的力量,當風速達到啓動風速,風力發電機 自然會開始轉動,發電機也會開始發電;當風速過於強大,風力發電機將會自動停止發電,以 保護整個風力發電系統,如圖2.2是一典型風力發電機風速與輸出功率之關係圖,圖中之風力 發電機啓動風速約為7m/s,輸出功率隨著風速越大而遞增,但爲保護風力發電機本身免於因 過大之風速而受損,當風速達到約21.4m/s時,風力發電機即停止運轉。



圖 2.2: 風力發電機風速與輸出功率示意圖 [21]

風力發電機的種類可以依照旋轉軸與水平面的相對位置分成水平軸式(horizontal-axis wind turbine, HAWT)與垂直軸式(vertical-axis wind turbine, VAWT)兩大類,如圖2.3,水平軸式風力發電機指的是葉片圍繞一根水平軸旋轉,發電時葉片的旋轉面與風向垂直,垂直軸式風力發電機則是葉片圍繞一個垂直軸旋轉,垂直軸式最大優點是可以接受來自任何方向的風,缺點是能源轉換效率比水平軸式低[2],因此通常大型風力發電機採用水平軸式,本研究以探討大尺度風力發電場規劃,故以水平軸式為主,主要零件分別爲風力葉片、齒輪箱、發電機、偏移裝置、控制系統及塔架。



(a) 水平軸式

(b) 垂直軸式

圖 2.3: 風力發電機類型示意圖 [2]

## 2.2 相關文獻回顧

由於各國皆致力於再生能源產業,各國學者也積極投入研究,根據過去文獻關於風力發 電的研究,可歸納出以下幾類:

#### 風力發電機設計問題

風力發電機是由許多的零組件組合而成,所以不同的零組件都有可能讓發電效益產生差 異,各種零組件如圖2.3,包含風力葉片、齒輪箱、發電機及塔架,此類設計問題是針對不同 零組件的組合或特定零組件做研究,以找尋最佳零組件組合或效能設計,例如不同的風力葉 片外型會影響到空氣動力產生的推力,發電機產生之功率也會有所影響;不同的風力葉片半 徑也必須搭配不同的塔架高度,不同的風力發電機高度與塔架結構設計將會影響受風程度以 及建置的安全問題。

Jureczko等人結合有限元素分析與遺傳演算法(Genetic algorithm) [23],以風力葉片重 量最輕化為目標,應力與位移為拘束條件,以及葉片自然頻率不可等於轉子轉速頻率,探 討複合材料葉片之最佳化設計,由於遺傳演算法計算效率低,較不適合解大型最佳化問 題。Benini等人使用以演化法則(Evolutionary)為基礎的程序 [9],從空氣動力學的角度,求 解雙目標最佳化設計問題,分別為最大每年發電量與最小每年花費成本,其中成本包含風力 發電機之維修、建造以及土地成本,最後探討最佳之葉片形狀與尺寸。Vitale 以及Rossi以 葉片元素理論為基礎 [35],發展出一套葉片設計軟體,在輸入葉片數目、翼型曲線、風場平 均風速後,以達到電力輸出為前提下,可得到具有最佳轉子效率之葉片形狀。Wu [5]等人結 合MATLAB與ANSYS,對葉片做力學分析,討論風力葉片內部結構尺寸對葉片受負載時應 力分布的影響,並對葉片做完整的結構設計。Lin [3]等人提出一套系統化的方法以進行風力 發電機與齒輪箱之構形的整合設計,先分別對發電機與齒輪箱分析並進行拓樸構造合成再進 行整合設計,最後對新型整合構形進行模型實做並驗證此設計之可行性。

在風力發電機設計問題相關研究中,大部分研究以風力葉片之外型設計為主,少部分研 究針對其他零組件進行設計,本研究亦針對風力葉片之外型進行設計,期望風力葉片在不發 生結構破壞下能有較好之空氣動力特性。

#### 風力發電場規劃問題

計算多台風力發電機在風力發電場中的最佳位置,在地形上的限制、發電量及土地成本 下找出最佳組合位置是複雜且具挑戰性的問題,其中影響發電量的因素包含風力發電機之間 的尾流效應,在下游的風機會因爲尾流效應而使所受的風能減少,產生的功率也相對的減 少,因此風場的尾流效應將在之後的2.4節詳細介紹。

早期關於風力發電機配置問題的文獻中,Mosetti [31]與Grady [17]等人利用基因演算法 求解風力發電機配置最佳化問題,考量尾流效應對風速帶來的影響,針對不同環境條件進行 研究探討,包含單一風向、風速以及多風向風速等不同環境條件,期望最小化單位功率所需 之成本。近年來,Bilbao和Alba運用模擬退火煉鋼法(simulated annealing, SA)來找尋最佳風 力發電機配置,其目標函數為獲取最大的風力發電利潤 [10]。Wang等人考量尾流效應對風速 的影響,並將可架設區域網格化,利用貪婪隨機調變搜尋法(GRASP)來找尋風力發電機最佳 配置 [6],並與Mosetti及Grady等學者所提出的最佳結果進行比較。

在風力發電場規劃問題之相關研究中,大部分學者考量風力發電機之間尾流效應之影響,配置風力發電機之最佳位置,並比較不同演算法之間的優缺點,卻忽略地形限制上的問題,也沒有一套整合其他設計問題之研究,因此本論文在風力發電場規劃中除考量尾流效應 之影響外,也考量地形上的限制,並與台灣現行實際風力發電場案例作比較。

#### 混和式發電轉換問題

探討如何結合多種不同能源來源發電,才能得到最經濟的發電成本,例如將風力發電、 火力發電或水力發電甚至太陽能發電等做結合,如此一來在大氣中風力或太陽能不足時,還 可以透過火力或水力彌補,或者可以透過太陽能與風力的結合創造更多的經濟效益,此類即 爲結合最佳發電組合與經濟效益問題。

Soder提出一種用於分析風能-水力-熱能混合式電力系統備轉容量的方法 [33]。Contaxis等 人提出一個用來計算包括風能和抽蓄式發電系統的大型系統中最佳電力潮流分佈的方 法 [15]。Castronuovo等人利用儲水系統來改善風能發電系統運轉的經濟性並且減少風速不佳 時無效功率變動的情形 [12]。Pandiaraj等人利用一種有效的頻率及電壓感測裝置來對風能和 小水力等系統進行負載控制而達到較佳的穩定度 [32]。另外,Tsai等人 [4]利用模糊最佳化方 法(fuzzy optimization approach)求解多目標最佳電力潮流問題,期望最小化發電機組的總發 電成本、總廢氣排放量以及降低系統的功率損失,同時也考量負載需求和風速的資料的不確 定因素。

綜合上述文獻,可整理如表2.1所示,由表可知大部分文獻只針對單一領域進行研究,因 此我們欲整合風力發電場規劃與風力葉片外型設計問題,在葉片外型設計部分,需考量葉片 之空氣動力特性,與空氣動力特性相關之理論亦將於下一章節詳細介紹。

8

	風力發電機設計問題	風力發電場規劃問題	混和式發電轉換問題
Jureczko [23]	$\checkmark$		
Benini [9]	$\checkmark$		
Vitale & Rossi [35]	$\checkmark$		
Wu [5]	$\checkmark$		
Lin [3]	$\checkmark$		
Mosetti [31]		$\checkmark$	
Grady $[17]$		$\checkmark$	
Bilbao& Alba [10]		$\checkmark$	
Wang [6]	(	$\checkmark$	
Soder $[33]$	「「「「「「「」」	ROAM	$\checkmark$
Contaxis [15]			$\checkmark$
Castronuovo [12]	TE (	na	$\checkmark$
Pandiaraj [32]	Iell		$\checkmark$
Tsai [4]	IC E	XY RE	$\checkmark$
		75115	

表 2.1: 文獻分類表

## 2.3 風力葉片空氣動力學

風力發電機的空氣動力學可以分爲兩個部分,首先是利用動量守恆以及伯努力方程式所 推導出的一維動量理論(One Dimensional Momentum Theory)與葉片元素理論(Blade Element Theory),而最後結合兩者成爲葉素動量理論(Blade Element Momentum Theory),利用這些 理論我們可以推算出理想情況下,設計葉片幾何外型所需資料,以下將分別介紹一維動量理 論與葉素理論 [21]。

#### 2.3.1 一維動量理論(One Dimensional Momentum Theory)

一維動量理論由貝茲(Betz,1926)提出,用來決定理想假設情況下,風力發電機所能獲得 之能量以及作用在葉片上的推力,此理論假設一控制容積如圖2.4,此控制容積之邊界爲空氣 流道之邊界與兩個流入與流出的截面,旋轉中的葉片爲一片微小厚度且無摩擦的圓盤,並假 設空氣只從兩側進出,在圓盤的前後會產生壓力差,此理論進行推導前之假設如下:

- 1. 流體為一均勻、不可壓縮之穩態流體
- 2. 無摩擦產生的阻力
- 3. 葉片數量趨近無限大
- 4. 推力的分佈為均匀分佈
- 5. 無旋轉產生之尾流
- 6. 在控制容積的流入口與流出口壓力皆為無擾動的大氣壓力



圖 2.4: 動量理論之控制容積 [21]

藉由以上的假設,我們可以透過對於控制容積內的線動量守恆,得到對控制容積的 淨力,此力與對葉片之推力(thrust)等值且方向相反,因此我們可以得知推力T的關係如 式(2.2)。

$$T = U_1(\rho A U)_1 - U_4(\rho A U)_4 \tag{2.2}$$

其中 $\rho$ 爲空氣密度,A是截面面積,U爲風速,在穩定流體中 $(\rho AU)_1 = (\rho AU)_4 = \dot{m}$ ,其 中 $\dot{m}$ 爲質量流率,因此:

$$T = \dot{m}(U_1 - U_4) \tag{2.3}$$

由於推力為正值,因此由伯努力方程式(Bernoulli Equation)可知在控制容積中的左方氣流有下列關係:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho U_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho U_2^2 \tag{2.4}$$

而控制容積中的右方氣流關係式為:

$$p_3 + \frac{1}{2}\rho U_3^2 = p_4 + \frac{1}{2}\rho U_4^2 \tag{2.5}$$

在此控制容積中入口與出口的壓力相通 $p_1 = p_4$ ,通過圓盤前後的風速也相同 $(U_2 = U_3)$ 。 推力T也可以寫成圓盤前後的壓力差如式(2.6)。

$$T = A_2(p_2 - p_3) \tag{2.6}$$

我們可以利用式(2.4)和(2.5)解得 $(p_2 - p_3)$ 的值後代入式(2.6)中,得到:

$$T = \frac{1}{2}\rho A_2 (U_1^2 - U_4^2) \tag{2.7}$$

由式(2.3)與(2.7)的等式與質量流率定義 $\dot{m} = \rho A_2 U_2$ 可以得知:  $U_1 + U_4$ 

$$U_2 = \frac{U_1 + U_4}{2} \tag{2.8}$$

由上式可以得知在旋轉平面上的風速(U<sub>2</sub>)為空氣入口與出口風速的平均值,並定義軸向 感應因子 a (induction factor),為一代表風速從入口至旋轉平面減少之比率如式(2.9)

$$a = \frac{U_1 - U_2}{U_1} \tag{2.9}$$

$$U_2 = U_1(1-a) \tag{2.10}$$

$$U_4 = U_1(1 - 2a) \tag{2.11}$$

風力發電機的輸出功率P等於在旋轉面的推力乘上風速:

$$P = \frac{1}{2}\rho A_2 (U_1^2 - U_4^2) U_2 = \frac{1}{2}\rho A_2 U_2 (U_1 + U_4) (U_1 - U_4)$$
(2.12)

將上式的U<sub>2</sub>、U<sub>4</sub>由式(2.10)及(2.11)代換後可以得到:

$$P = \frac{1}{2}\rho A U^3 4a(1-a)^2$$
(2.13)

其中在旋轉面的控制容積面積 $A_2$ 改由風力發電機葉片掃過面積A表示,自由流體速 度 $U_1$ 也由風速U代表,因此風力發電機的效率可以用功率係數 $C_P$ (power coefficient)表示:

$$C_P = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho A U^3} = \frac{\text{Rotor power}}{\text{Power in the wind}}$$
(2.14)

與式(2.13)比較可得:

$$C_P = 4a(1-a)^2 \tag{2.15}$$

將上式對a微分後,可以得知當a = 1/3時,會有最大功率係數:

$$C_{P,max} = 16/27 = 0.5926 \tag{2.16}$$

而推力由式(2.7),(2.10)和(2.11)可以推出下列關係式:

$$T = \frac{1}{2}\rho A U^2 4a(1-a)$$
(2.17)

與功率相同,推力也有推力係數 $C_T$ (Thrust coefficient):

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho A U^2} = \frac{\text{Thrust force}}{\text{Dynamic force}}$$
(2.18)

$$C_T = 4a(1-a) (2.19)$$

因此在假設的理想狀況下,風力發電機有最高效率(C<sub>P,max</sub>,即a = 1/3時,風力發電機所 能獲得的能量約爲風能的60%。),C<sub>T</sub>約爲8/9。由於現實與所假設不符合,風力葉片會有旋 轉產生的尾流,葉片的數目也有限加上非零的空氣阻力,貝茲理論所推導出的最大功率係數 也會降低,因此我們將於下一章節介紹旋轉尾流帶來的影響。



圖 2.5: 各係數相對軸向感應因子圖 [21]

## 2.3.2 一維動量理論(考量旋轉尾流)

在之前介紹之一維動量理論因爲不考慮尾流會旋轉的情況,於是葉片在旋轉方向上並無 影響,有旋轉尾流的情況下,在葉片後方的氣流將會與葉片旋轉方向相反,如圖2.6所示 當 氣流從左方進入,此時風力葉片旋轉方向向上,則經過風力葉片之後方氣流,其旋轉方向會 改爲向上,此情況會導致葉片獲得的能量降低,一般葉片轉速較低之風力發電機會有較大的 損失 [21]。



定義原本氣流未通過風力葉片前相對於風力葉片之角速度爲Ω,假設氣流流經葉片後對 葉片之相對角速度從Ω變爲Ω+ω,其中ω爲氣流通過風力葉片後之改變量,則方程式變成:

$$p_2 - p_3 = \rho \left(\Omega + \frac{1}{2}\omega\right)\omega r^2 \tag{2.20}$$

此處定義角感應因子 a' (angular induction factor)為:

$$a' = \omega/2\Omega \tag{2.21}$$

因此作用在微小環形元素上的推力dT如式(2.22)。

$$dT = (p_2 - p_3)dA = \left[\rho\left(\Omega + \frac{1}{2}\omega\right)\omega r^2\right]2\pi dr$$
(2.22)

將式(2.21)代入式(2.22)可得推力dT:

$$dT = 4a'(1+a')\frac{1}{2}\rho\Omega^2 r^2 2\pi r dr$$
(2.23)

由前面章節無旋轉尾流之推論,定義在微小葉片元素上的推力dT:

$$dT = 4a(1-a)\frac{1}{2}\rho U^2 2\pi r dr$$
(2.24)

由式(2.23)與式(2.24)相等可以得到:

$$\frac{a(1-a)}{a'(1+a')} = \frac{\Omega^2 r^2}{U^2} = \lambda_r^2$$
(2.25)

其中 $\lambda$ 為葉尖速度比(Tip Speed Ratio), $\lambda_r$ 則定義為離圓心距離r處之葉尖速度比,定義如式(2.26)。

$$\lambda_r = \frac{\Omega r}{U} = \frac{r}{R}\lambda \tag{2.26}$$

於該元素產生之扭矩dQ如式(2.27)

$$dQ = 4a'(1-a)\frac{1}{2}\rho U\Omega r^2 2\pi r dr$$
(2.27)

各元素可產生之功率 $dP = \Omega dQ$ ,因此可得dP如式(2.28)

$$dP = \frac{1}{2}\rho A U^3 \left[ \frac{8}{\lambda^2} a'(1-a)\lambda_r^3 d\lambda_r \right]$$
(2.28)

由功率係數的定義可得知元素的功率係數dCp:

$$dC_P = \frac{dP}{\frac{1}{2}\rho A U^3} \tag{2.29}$$

由式(2.28)可看出功率為a、a'與葉尖速度比之函數,最後可以推導出Cp:

$$C_P = \frac{8}{\lambda^2} \int_0^\lambda a'(1-a)\lambda_r^3 d\lambda_r$$
(2.30)

## 2.3.3 葉片元素理論(Blade Element Theory)

接下來本章節將介紹葉片元素理論,由於風作用在葉片上的力可分成升力(lift force)與阻 力(drag force),且個別為攻角α的函數,為了計算這些升力與阻力,我們可以將葉片分成許 多葉片元素,假設分成多段如圖2.7所示,葉片元素理論之假設如下:

1. 在葉片元素之間沒有空氣動力的交互作用



圖 2.7: 葉片分段截面圖 [21]

2. 作用在各元素之升力阻力由葉片翼型的特定係數決定

對於每個葉片元素所受的風速,由圖2.8可知是由該葉片元素位置的相對風速U(1-a)與 旋轉的速度分量之合成,旋轉的速度如式(2.31)



圖 2.8: 葉片受力方向圖

風與旋轉平面的夾角爲葉片截面的扭轉角heta與攻角 $\alpha$ 之和,如式(2.32)

$$\phi = \theta + \alpha \tag{2.32}$$

由上圖可知升力與相對速度方向垂直而阻力為平行方向,因此可決定以下關係式:

$$\tan \phi = \frac{U(1-a)}{\Omega r(1+a')} = \frac{1-a}{(1+a')\lambda r}$$
(2.33)

其中相對風速Urel如式(2.34)所示。

$$U_{rel} = U(1-a)/\sin\phi \tag{2.34}$$

在微小葉片元素上所受之升力 $(dF_L)$ 、阻力 $(dF_D)$ 、正向力 $(dF_N)$ 以及切線方向上的力 $(dF_T)$ 如下列所示:

$$dF_L = C_l \frac{1}{2} \rho U_{rel}^2 c dr \tag{2.35}$$

$$dF_D = C_d \frac{1}{2} \rho U_{rel}^2 c dr \tag{2.36}$$

$$dF_N = dF_L \cos\phi + dF_D \sin\phi \tag{2.37}$$

$$dF_T = dF_L \sin \phi - dF_D \cos \phi \tag{2.38}$$

其中 $C_l$ 與 $C_d$ 爲升力、阻力係數,總共有B個葉片的情況下,在距離中心r處之葉片元素所受的的正向力 $(F_N)$ 與彎矩(dQ)分別爲式(2.39)和(2.41)。

$$dF_N = B \frac{1}{2} \rho U_{rel}^2 (C_l \cos \phi + C_d \sin \phi) c dr \qquad (2.39)$$

$$dQ = BrdF_T \tag{2.40}$$

$$dQ = B\frac{1}{2}\rho U_{rel}^2 (C_l \sin \phi - C_d \cos \phi) crdr \qquad (2.41)$$

藉由葉片元素理論加上額外的假設與推導出的方程式,我們可以找出擁有較好效能的葉 片外型設計,並且依據葉片元素理論計算外力負載。

## 2.3.4 葉片元素動量理論(Blade Element Moment Theory)

爲了求得軸向感應因子a與角感應因子a',我們需結合葉片元素理論與一維動量理論,根 據一維動量理論推導出的推力以及彎矩如式(2.42)與式(2.43)。

$$dT = 4a(1-a)\rho U^2 \pi r dr \tag{2.42}$$

$$dQ = 4a'(1-a)\rho U\pi r^3 \Omega dr \tag{2.43}$$

而葉片元素理論推導出的正向力與彎矩為式(2.44)與式(2.45)。

$$dF_N = B \frac{1}{2} \rho U_{rel}^2 (C_l \cos \phi + C_d \sin \phi) c dr \qquad (2.44)$$

$$dQ = B\frac{1}{2}\rho U_{rel}^2 (C_l \sin \phi - C_d \cos \phi) crdr \qquad (2.45)$$

其中相對風速Urel可以透過式(2.34)代換以自由流體風速表示,因此轉換後變成:

$$dF_N = \sigma' \pi \rho \frac{U^2 (1-a)^2}{\sin^2 \phi} (C_l \cos \phi + C_d \sin \phi) r dr \qquad (2.46)$$

$$dQ = \sigma' \pi \rho \frac{U^2 (1-a)^2}{\sin^2 \phi} (C_l \sin \phi - C_d \cos \phi) r^2 dr$$
(2.47)  
lity),定義如下:

其中 $\sigma'$ 爲固性(local solidity),定義如下:

$$\sigma' = \frac{Bc}{2\pi r} \tag{2.48}$$

爲了計算出a與a',可接受的作法爲假設阻力係數 $C_d = 0$ ,當翼型爲低阻力時這樣產生的誤差是可以被忽略的,接下來我們令一維動量理論與葉片元素理論推導出的彎矩相等(式(2.43)與(2.47)),可以得到式(2.49)。

$$\frac{a'}{(1-a)} = \frac{\sigma' C_l}{4\lambda_r \sin \phi} \tag{2.49}$$

接下來令一維動量理論的推力與葉片元素理論正向力相等(式(2.42)與(2.46)),可以得到式(2.50)。

$$\frac{a}{(1-a)} = \frac{\sigma' C_l \cos \phi}{4 \sin^2 \phi} \tag{2.50}$$

經過計算與相關的代換後,可以得到有用的關係式如下:

$$C_l = 4\sin\phi \frac{(\cos\phi - \lambda_r \sin\phi)}{\sigma'(\sin\phi + \lambda_r \cos\phi)}$$
(2.51)

$$\frac{a'}{(1+a')} = \frac{\sigma' C_l}{4\cos\phi} \tag{2.52}$$

$$a = \frac{1}{\left[1 + 4\sin^2\phi/(\sigma' C_l \cos\phi)\right]} \tag{2.53}$$

$$a' = \frac{1}{\left[(4\cos\phi/(\sigma'C_l)) - 1\right]}$$
(2.54)

如此一來,我們可以透過計算流體力學(Computational Fluid Dynamics, CFD)模擬軟體,找出氣流流經翼型時產生的升力係數後,代入式(2.53)與(2.54)即可求出軸向感應因子a與角感應因子a'之值。

## 2.4 尾流模型(Wake Model)

在上節中提到氣流經過風力機葉片後,會改變後方旋轉氣流方向而在後方形成紊流。當 風力發電機機受到前方風力發電機的尾流時,因爲流過風力發電機機的氣流不平穩或能量遞 減,會干擾後方迎風面的風場,並容易使後方風力發電機因紊流而產生震動,進而造成損壞 或功率轉換效率降低,因此若有多部風力發電機時,應考量每部風力發電機之間的擾流,以 迎風向來看,前後距離須4~6倍葉片直徑,左右距離3~5倍葉片直徑,但上述的距離只是經 驗公式,應該用實際的模型量化此尾流產生的影響。接下來將詳細介紹學者們提出的尾流模 型,此模型量化風力發電場內風力發電機之間隔距離與尾流效應的關係。

最常被用來分析與量化尾流效應的是由Jensen所提出的一套簡單的尾流模型 [22],如 圖2.9,並定義下游風力發電機所受風速u如式(2.55)。

$$u = u_0 \left( 1 - \frac{2a}{1 + \beta(d/r_2)} \right)$$
(2.55)

其中a為軸向感應因子,β為環境影響因子,d是上游風力發電機與下游風力發電機之間 的距離,r<sub>2</sub>為下游風力發電機受尾流影響的截距,與上游風機的半徑r有關,其關係式如下, 其中C<sub>T</sub>為葉片推力係數,H為風機中心高度,H<sub>0</sub>是地表粗糙度。

$$r_2 = r\sqrt{\frac{1-a}{1-2a}}$$
(2.56)

$$a = \frac{1 - \sqrt{1 - C_T}}{2} \tag{2.57}$$



圖 2.9: 風力發電機尾流模型示意圖 [22]

$$\beta = 0.5/\ln(\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{H}_0})$$
 (2.58)

由式(2.55)可知,隨著上游與下游之間的距離d變大,風速不斷地遞減,因此若風力發電 機之間距離很大時,下游風力發電機接收到的風速較接近初始風速。而在尾流斷面上之速度 剖面,將會形成愈靠近中心風速較小,並且愈遠離中心風速較大的逆高斯曲線。

由式(2.58)可知,當風力發電機之中心高度H提高會使風機所受環境影響因子β下降,而 環境影響因子的下降則會讓下游風機的風速遞減,導致發電量下降。另外,環境地表之粗糙 長度H<sub>0</sub>減短也會造成環境影響因子的下降而影響到發電量,因此在架設風力發電機時,爲了 得到較好的發電轉換效率,必須避免兩台之間的距離太近或者風力發電機之中心高度太高。

在本章節中,首先詳細介紹設計風力葉片外型時所需考量之相關理論,包含葉片元素理 論與動量理論,以及結合兩者之葉片元素動量理論,接著介紹一套最常被用來分析與量化尾 流效應之尾流模型,探討在風力發電場中各種會影響風力發電效益之因素,並在本研究中, 將上述提到之理論與模型納為整合型風力發電設計時之考量。在下一章節中,將介紹本論文 採用之設計方法,並詳細描述此方法之設計流程與數學模型。

# 第三章 研究方法

### 3.1 複雜系統整合與設計

現今的工程問題往往具有高維度或需要特定工程分析軟體,整體設計空間顯得錯綜複 雜,且由許多相互連結的元件或子系統所組成,其複雜度使工程師在分析或求解設計問題時 需花費許多時間,擁有此特性之系統稱爲複雜系統(complex system)或大尺度系統(large-scale system)。複雜系統往往無法找到單一或特定模型來模擬整體系統的行為,因此當工程師面臨 複雜系統的設計問題時,選擇將整體系統拆解成多個相關聯的子系統,並透過各子系統之間 互相溝通傳遞訊息,達到資訊間之一致性,進而求得整體系統的最佳設計。

目前在複雜系統領域中,常被用來處理複雜系統最佳化設計問題的方法有兩種:其一是 由航太工業發展出來的協同最佳化方法(Collaborative Optimization, CO) [11],另一種是由 汽車工業發展出來的解析目標傳遞法(Analytical Target Cascading, ATC) [24] [29]。這兩種方 法的基本概念都是將整體系統拆解成許多較整體系統簡單的子系統,透過各子系統的最佳化 與互相傳遞資訊,獲得整體系統的最佳設計,而兩種方法之最大不同點在於系統拆解完後組 成的架構以及資訊傳遞的方向。由與Michelena等人在2003年針對解析目標傳遞法提出了完整 的收斂證明 [30],因此本論文將以解析目標傳遞法作爲處理複雜系統設計的方法。

關於解析目標傳遞法的詳細內容將於3.1節加以描述,包含數學模型、系統架構、及針 對解析目標傳遞法收斂速度的輔助方法,於3.2節提出解析目標傳遞法待解決之問題,並 於3.2.1節針對此問題提出修正之策略,3.2.2節利用數學範例討論修正後之結果。

#### 3.1.1 解析目標傳遞法

解析目標傳遞法 (Analytical Target Cascading,ATC) 是一套用來處理複雜系統設計問題的方法,於1999年由Michelena等人陸續提出。此方法之基本概念為將複雜系統拆解成多層的階層 狀架構,並令架構中的上下層子系統互相傳遞資訊,藉由資訊的傳遞與各個子系統的最佳 化,獲得整體系統的最佳近似解。在確定整體系統之設計目標後,此方法的運作流程如下:

#### • 整體系統拆解

根據整體系統中變數的相關性或是分析模型所使用的軟體不同,將其拆解為多個子系
統並將其重新組合成階層狀架構,階層狀架構如圖3.1所示。

### • 子系統模型建立

依各子系統所需建立分析模型,並確認子系統間之訊息傳遞是否一致。

### • 數學模型修正

修改並確認各子系統的目標函數符合解析目標傳遞法之數學形式。

### • 子系統最佳化求解

分別對各子系統進行最佳化求解,藉由子系統間之訊息傳遞與溝通協調,求得與整體 系統的最佳相似解。

詳細拆解後的系統架構與演算流程將於3.1.2節作介紹,並解釋各符號名稱之定義,隨後 於3.1.3節完整介紹解析目標傳遞法的數學模型。



圖 3.1: 階層狀架構示意圖

# 3.1.2 多層系統架構與演算流程

解析目標傳遞法透過拆解整體系統成階層狀架構進行求解,而多層架構模型主要由子系統內部的分析模型與最佳化模型所組成,各子系統經由分析模型獲得的設計變數,透過最佳 化模型維持子系統之間的一致性。

為了更詳細描述多層系統模型架構,在此先定義子系統之表示符號如下:

- P<sub>i</sub>表示弟i層的所有子系統。
- *P<sub>ij</sub>*表示第*i*層第*j*個子系統。
- C<sub>ii</sub>表示與P<sub>ii</sub>相連的所有下層系統。

根據上述符號定義,配合圖3.1來看,第二層的所有子系統 $P_2$ 為 $\{P_{21}, P_{22}\}$ ,與 $P_{21}$ 相連的所有下層系統 $C_{21}$ 為 $\{P_{31}, P_{32}\}$ 。

在了解各子系統符號的定義後,由於最佳化模型的主要目的為維持子系統之間資訊的一 致性,在此將先明確定義各子系統中的資訊如下:

- 區域變數(local variables):只存在於子系統Pii的設計變數,以符號xii表示。
- 響應變數(response variables):於上下層子系統之間傳遞的變數,以符號R表示。
- 連結變數(linding variables):於同一層子系統間傳遞的變數,以符號y表示。

其中,響應變數為上下層子系統間相同之變數,亦即下層系統之輸出為上層系統之輸 入,反過來說,上層系統的輸出對於下層系統來說爲輸入。而連結變數則爲同一層系統之間 相同的變數,由於解析目標傳遞法並不允許資訊流做水平的傳遞,因此連結變數需透過上層 系統進行傳遞,上層系統負責調和下層系統之連結變數,使連結變數能維持一致性。



圖 3.2: 子系統資訊流示意圖

e 為了詳細說明資訊流間之傳遞,我們以一個三層系統作為解析目標傳遞法之資訊流傳 遞的範例,如圖3.4所示,此範例由P<sub>1</sub>到P<sub>3</sub>共三層子系統所組成,總共有三個子系統。其模型 之資訊傳遞步驟如下:



圖 3.3: 解析目標傳遞法資訊流示意圖

- 當第一層子系統P1獲得從第二層子系統P2傳遞的資訊後,對此子系統進行最佳化求解,目標函數爲最小化第一層子系統和第二層之子系統間的資訊誤差以及原複雜系統設計的目標函數,並在求解過後獲得資訊R1,並傳給第二層的子系統P2。
- 2. 當第二層的子系統P2獲得從第一層子系統P1所傳遞的資訊以及第三層子系統P3所傳遞 的資訊後,第二層子系統P2進行最佳化求解,其目標函數爲最小化第一層和第二層子 系統以及第二層和第三層子系統之間的資訊誤差,並將求解過後獲得的資訊R3及R2, 分別傳給第三層與第一層子系統。
- 3. 最後在第三層子系統P3時獲得從第二層子系統P2所傳遞的資訊後,第三層之子系統進行最佳化求解,目標函數為最小化第二層和第三層子系統之間的資訊誤差,並在求解或後獲得需回傳給第二層子系統P2的資訊R3。接著回到步驟1,直到整體系統滿足收斂條件。

上述的過程爲解析目標傳遞法中基本資訊流的傳遞過程,由於過程是以描述的先後順序進行 傳遞,因此稱爲循序演算。在觀察後發現在各子系統獲得相鄰子系統的響應變數與連結變數 之後,能夠獨立進行各自的最佳化過程,也就是平行運算,在Li等人 [26]於2008年發表的論 文中,詳細地描述了循序運算的方式與平行運算,並利用數學範例討論各種演算方式的速度 與演算結果。

23



圖 3.4: 三層系統模型架構及資訊流

### 3.1.3 解析目標傳遞法數學模型

在前一個小節中,我們詳細的介紹了解析目標傳遞法的符號定義與資訊傳遞步驟,本節 中我們將根據子系統之間的傳遞方式,轉換成符合解析目標傳遞法的數學形式。由於解析目 標傳遞法的主要概念爲確保子系統間傳遞的資訊一致性,因此在將整體系統拆解成多個子系 統後,各子系統的目標函數需包含資訊流一致性,以進行最佳化求解。對於任一子系統P<sub>ij</sub>來 說,其基本數學模型可由方程式(3.1)表示。

在式(3.1)中,x<sub>ij</sub>為子系統P<sub>ij</sub>的區域變數,R<sup>i</sup><sub>ij</sub>為子系統P<sub>ij</sub>輸出至第*i* – 1層之子系統P<sub>(i-1)p</sub>的響應變數,R<sup>i</sup><sub>ij</sub>高第*i*-1層之子系統P<sub>(i-1)p</sub>輸入至子系統P<sub>ij</sub>的響應變數;R<sup>i</sup><sub>(i+1)k</sub>為 子系統P<sub>ij</sub>輸出至第*i* + 1層之子系統P<sub>(i+1)k</sub>的響應變數,R<sup>i+1</sup><sub>(i+1)k</sub>為第*i* + 1層之子系統P<sub>(i+1)k</sub>輸 入至子系統P<sub>ij</sub>的響應變數;而y<sup>i</sup><sub>ij</sub>為子系統P<sub>ij</sub>輸出至第*i* – 1層之子系統P<sub>(i-1)p</sub>的連結變 數,y<sup>i-1</sup>為第*i* – 1層之子系統P<sub>(i-1)p</sub>輸入至子系統P<sub>ij</sub>的連結變數;y<sup>i</sup><sub>(i+1)k</sub>為子系統P<sub>ij</sub>輸出至 第*i* + 1層之子系統P<sub>(i+1)k</sub>的連結變數,y<sup>i+1</sup><sub>(i+1)k</sub>為第*i* + 1層之子系統P<sub>(i+1)k</sub>輸入至子系統P<sub>ij</sub>輸出至 第*i* + 1層之子系統P<sub>(i+1)k</sub>的連結變數,y<sup>i+1</sup><sub>(i+1)k</sub>為第*i* + 1層之子系統P<sub>(i+1)k</sub>輸入至子系統P<sub>ij</sub> 連結變數; $c^{R}_{ij}$ 與 $c^{y}_{ij}$ 分別為子系統P<sub>ij</sub>對其下層系統C<sub>ij</sub>之響應變數一致性的誤差量,及連結變 數一致性的誤差量;此外,r<sub>ij</sub>為子系統P<sub>ij</sub>的響應函數,其作用是將其他輸入值轉換成輸出至 子系統P<sub>(i-1)p</sub>的響應變數,g<sub>ij</sub>為子系統P<sub>ij</sub>的不等式拘束條件;h<sub>ij</sub>為子系統P<sub>ij</sub>的等式拘束條 件;w<sup>R</sup>與w<sup>y</sup>分別為響應變數與連結變數的誤差項權重係數;最後,符號||.||表示歐幾里德範 數(Euclidean norm),其數學定義如方程式(3.2)所示,若下標r = 1時則下標可以省略。

$$\begin{array}{ll} \min_{\{\bar{\mathbf{x}}_{ij}, \mathbf{y}_{(i+1)k}^{i}\}} & w_{ij}^{R} \| \mathbf{R}_{ij}^{i} - \mathbf{R}_{ij}^{i-1} \| + w_{ij}^{y} \| \mathbf{y}_{ij}^{i} - \mathbf{y}_{ij}^{i-1} \| + \varepsilon_{ij}^{R} + \varepsilon_{ij}^{y} \\ \text{subject to} & \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} w_{(i+1)k}^{R} \| (\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i} - \mathbf{R}_{(i+1)k}^{i+1} \|_{2}^{2} \leq \varepsilon_{ij}^{R} \\ & \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} w_{(i+1)j}^{y} \| \mathbf{y}_{(i+1)j}^{i} - \mathbf{y}_{(i+1)k}^{i+1} \|_{2}^{2} \leq \varepsilon_{ij}^{y} \\ & \mathbf{g}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) \leq 0 \\ & \mathbf{h}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) = 0 \\ \text{where} & \mathbf{R}_{ij}^{i} = \mathbf{r}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}), \quad \bar{\mathbf{x}}_{ij} = \left[ \mathbf{x}_{ij}^{i}, \mathbf{y}_{ij}^{i}, \mathbf{R}_{(i+1)k_{1}}^{i}, \cdots, \mathbf{R}_{(i+1)k_{c_{ij}}}^{i}, \varepsilon_{ij}^{R}, \varepsilon_{ij}^{y} \right]^{T} \\ & \forall j \in E_{i}, \quad i = 0, 1, ..., N \end{array}$$

$$(3.1)$$

由式(3.1)可知,其數學模型之目標函數爲最小化子系統 $P_{ij}$ 與其他層子系統的資訊傳遞 之誤差。在目標函數中,第一項爲子系統 $P_{ij}$ 與上層系統 $P_{(i-1)p}$ 之間的響應變數的誤差項; 第二項爲子系統 $P_{ij}$ 與上層系統 $P_{(i-1)p}$ 之間連結變數的誤差項,第三項 $\varepsilon_{ij}^{R}$ 爲子系統 $P_{ij}$ 與下層 子系統 $C_{ij}$ 之間響應變數的誤差值;最後第四項 $\varepsilon_{ij}^{y}$ 爲子系統 $P_{ij}$ 與下層系統 $C_{ij}$ 之間連結變數的 誤差值。若子系統爲最上層系統,則方程式(3.1)之目標函數的第一項 $w_{ij}^{R} || \mathbf{R}_{ij}^{i} - \mathbf{R}_{ij}^{i-1} ||$ 與第二 項 $w_{ij}^{y} || \mathbf{y}_{ij}^{i} - \mathbf{y}_{ij}^{i-1} ||$ 將不存在於此子系統目標函數中,並且增加整體系統之目標函數f於此子系 統數學方程式,反之,若子系統爲最底層系統,則方程式(3.1)之目標函數的第三項 $\varepsilon_{ij}^{R}$ 與第四 項 $\varepsilon_{ij}^{y}$ 將不存在於此子系統目標函數中。

$$\|\mathbf{x}\| = \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i|^r\right)^{1/r} \tag{3.2}$$

方程式(3.1)為解析目標傳遞法的基本數學模型概念,但若直接用於演算流程中,仍然有 許多不足的地方以及瑕疵,造成最佳化演算過程時的困難或無法收斂之結果,故以下將針對 各部分進行修正並詳細介紹。

• 誤差項次

在原方程式(3.1)中,可以到到資訊傳遞的誤差項是以||.||作爲運算符號,但經過運算時發現此函數會在原點呈現不可微分之狀態,若使用梯度演算法會造成計算上的困難,因此在此將其修正成||.||<sup>2</sup>,以二次函數作爲誤差項的計算方式。

• 權重係數

在目標函數中,銓重細數w<sup>R</sup>與w<sup>y</sup>的部分,可將原先單一純量的權重係數推廣成向量的

形式,使得各項資訊可以擁有不同的權重係數。獨立權重係數可使設計者針對各項資 訊明確的調整權重係數大小,使子系統的資訊更符合一致性。修正後的權重係數配合 資訊傳遞誤差項如式(3.1.3)所示:

$$\|\mathbf{w}_{ij}^{R} \circ (\mathbf{R}_{ij}^{i} - \mathbf{R}_{ij}^{i-1})\|_{2}^{2}$$

$$\|\mathbf{w}_{ij}^{y} \circ (\mathbf{y}_{ij}^{i} - \mathbf{y}_{ij}^{i-1})\|_{2}^{2}$$

$$(3.3)$$

其中符號o表示向量中元素的逐項相乘,如方程式(3.4)所示:

$$[a_1, a_2, \dots, a_n] \circ [b_1, b_2, \dots, b_n] = [a_1b_1, a_2b_2, \dots, a_nb_n]$$
(3.4)

### • 拘束條件

根據單調性分析(monotonicity analysis)的結果,發現拘束條件中對於下層系統之資訊 傳遞的不等式限制式,其等號均會成立,因此可將其拘束條件帶入目標函數中,以減 少自由度。

#### 變數選擇矩陣

由於同層子系統之間的資訊傳遞需經由連結變數傳到上層,經由上層維持連結變 數間的一致性,因此某一上層子系統需控制多個下層子系統的連結變數,造成上下 傳遞的變數矩陣大小不一。在此舉一個雙層四系統的範例說明,如圖3.5,第二層 子系統 $P_{21}$ 擁有連結變數 $y_{21}^2 = [y_1]^T$ ,  $P_{22}$ 擁有連結變數 $y_{22}^2 = [y_1, y_2]^T$ ,  $P_{23}$ 擁有連結變 數 $y_{23}^2 = [y_2]^T$ ,分別以連結變數 $y_{1,y_2}$ 作連結,並且透過第一層子系統 $P_{11}$ 傳遞彼此的連 結變數。由於第一層子系統同時掌控第二層所有連結變數 $y_{11}^1 = [y_1, y_2]^T$ ,因此從第一 層傳出的連結變數並不一定都會被下層系統使用,故加入一變數選擇矩陣 $s_k$ (selection matrix)以刪除下層系統不需要的連結變數。在變數選擇矩陣 $S_k$ 中,元素是以0或1所組 成。



圖 3.5: 雙層四系統連結變數範例示意圖

在經過了上述四大部分的修正後,可將原本解析目標傳遞法之數學方程式(3.1)改寫成方 程式(3.5)

$$\min_{\{\bar{\mathbf{x}}_{ij}, \mathbf{y}_{(i+1)k}^{i}\}} \|\mathbf{w}_{ij}^{R} \circ (\mathbf{R}_{ij}^{i} - \mathbf{R}_{ij}^{i-1})\|_{2}^{2} + \|\mathbf{S}_{ij}\mathbf{w}_{ip}^{y} \circ (\mathbf{S}_{ij}\mathbf{y}_{ip}^{i-1} - \mathbf{y}_{ij}^{i})\|_{2}^{2} + \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} \|\mathbf{w}_{(i+1)k}^{R} \circ (\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i} - \mathbf{R}_{(i+1)k}^{i+1})\|_{2}^{2} + \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} \|\mathbf{S}_{(i+1)k}\mathbf{w}_{(i+1)j}^{y} \circ (\mathbf{S}_{(i+1)k}\mathbf{y}_{(i+1)j}^{i} - \mathbf{y}_{(i+1)k}^{i+1})\|_{2}^{2}$$
(3.5)  
subject to  $\mathbf{g}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) \leq 0, \quad \mathbf{h}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) = 0$   
where  $\mathbf{R}_{ij}^{i} = \mathbf{r}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}), \quad \bar{\mathbf{x}}_{ij} = \left[\mathbf{x}_{ij}^{i}, \mathbf{y}_{ij}^{i}, \mathbf{R}_{(i+1)k_{1}}^{i}, \cdots, \mathbf{R}_{(i+1)k_{\mathcal{C}_{ij}}^{i}}\right]^{T}$   
 $\forall j \in E_{i}, \quad i = 0, 1, ..., N$ 

# 3.1.4 解析目標傳遞法策略發展

藉由先前的章節我們完整的介紹了解析目標傳遞法的基本數學模型及概念。在解析目標 傳遞法概念被提出後,許多學者透過多種方式增強其實用性與收斂性,包括針對權重的重要 性提出的權重更新法(Weighting Update Method),以及後來的增廣拉格朗日與方向替換求解 法(Augmented Lagrangian Method and Alternating Direction Method),有效的加快了解析目 標傳遞法的收斂速度,甚至有學者針對解析目標傳遞法計算量過於龐大而提出的暫緩設計策 略(Suspension strategy),有效減少了子系統的計算與時間成本。本節將逐一介紹各種方式的 發展及其特性。

### 權重更新法

### (Weight Update Method, WUM)

由於在解析目標傳遞法模型中,子系統間的一致性權重值w對於整體系統之收斂性 以及答案的精確度相當重要,因此在2005年Michalek等人針對權重的配置提出權重更新 法(weighting update method, WUM) [28]來加強解析目標傳遞法的收斂速度。此方法針對解 析目標傳遞法中的二次項透過自動計算找出一組適當的權重值,使各個子系統之間的響應變 數與連結變數的誤差值均能維持在設計者可容許的範圍θ<sup>R</sup>,θ<sup>y</sup>之内,即透過解析目標傳遞法 求解後之最後結果需滿足方程式(3.6)。

$$\begin{aligned} \left| \mathbf{R}_{ij}^{i-1} - \mathbf{R}_{ij}^{i} \right| &\leq \theta_{ij}^{R} \\ \left| \mathbf{y}_{ij}^{i-1} - \mathbf{y}_{ij}^{i} \right| &\leq \theta_{ij}^{y} \\ j \in P_{ij}, \quad i = 1, 2, ..., N \end{aligned}$$

$$(3.6)$$

其中θ<sub>ij</sub>為響應變數間的誤差容許量,θ<sup>y</sup>為連結變數間的誤差容許量。若所得之資訊誤差量 無法滿足方程式(3.6),則需進行權重更新法以獲得新的權重值,其權重更新之數學方程式如 式(3.7)與(3.8),每次更新完權重後,再將更新後的權重代回原解析目標傳遞法求解。上述程 序將反覆執行直至所有的資訊誤差量均能滿足方程式(3.6)。

where 
$$\Psi_{k} = -\sum_{\alpha} \left[ \left( \left\langle \mathbf{w}_{ij}^{R} \right\rangle_{\alpha} \right)^{2} \left\langle \mathbf{R}_{ij} - \mathbf{R}_{ij}^{i-1} \right\rangle_{\alpha} \frac{\partial \left\langle \mathbf{R}_{ij} \right\rangle_{\alpha}}{\partial \mathbf{R}_{(i+)k}^{i}} \right] - \frac{1}{2} \left[ \mu_{ij}^{T} \frac{\partial \mathbf{g}_{ij}}{\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i}} + \lambda_{ij}^{T} \frac{\partial \mathbf{h}_{ij}}{\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i}} \right]$$
(3.7)

$$\mathbf{w}_{ij}^{y} = \max \left| \frac{\Psi_{j} - \Psi_{j'}}{\theta_{ij}^{y}} \right|^{1/2}$$
  
where  $\Psi_{j} = -\sum_{\alpha} \left[ \left( \left\langle \mathbf{w}_{ij}^{R} \right\rangle_{\alpha} \right)^{2} \left\langle \mathbf{R}_{ij} - \mathbf{R}_{ij}^{i-1} \right\rangle_{\alpha} \frac{\partial \left\langle \mathbf{R}_{ij} \right\rangle_{\alpha}}{\partial \mathbf{y}_{ij}^{i}} \right] - \frac{1}{2} \left[ \mu_{ij}^{T} \frac{\partial \mathbf{g}_{ij}}{\mathbf{y}_{ij}^{i}} + \lambda_{ij}^{T} \frac{\partial \mathbf{h}_{ij}}{\mathbf{y}_{ij}^{i}} \right]$  (3.8)

權重更新法主要是透過觀察各子系統間資訊的不一致性,用一套有效率的方法改變權 重,並重新執行解析目標傳遞法,以降低各個子系統間資訊的不一致性。整理上述流程描述,其演算流程如圖3.6所示,詳細流程如下所示。



- 1. 選定權重值,並進行第一次解析目標傳遞法求解(可設定初始權重值為1)。
- 2. 設定子系統間響應變數與連結變數的容許誤差θR與θ<sup>y</sup>
- 3. 將解析目標傳遞法所得之結果與容許誤差 $\theta^R \setminus \theta^y$ 代入方程式(3.7)與(3.8),並解 得 $\mathbf{w}^R$ 與 $\mathbf{w}^y$ 。
- 4. 將解得之w<sup>R</sup>與w<sup>y</sup>代入各層系統,再次進行解析目標法求解。
- 重複步驟3與步驟4,直到所有子系統間之響應變數與連結變數的誤差均小於容許誤 差θ<sup>R</sup>、θ<sup>y</sup>。
- 6. 當誤差值小於容許誤差時,所得結果即爲整體系統的最佳解。

若各個子系統間資訊差異過大,則需要進行權重更新,因此在解析目標傳遞法的大量迴 圈計算外還必須另外增加權重的計算迴圈,造成整體時間和計算成本增加。權重值會隨著迴 圈而遞增,同時爲了達成變數的一致性,必須要有足夠大的權重值,因此隨著權重的增加, 病態條件(ill-conditioning)產生的狀況也會增加。

### 增廣拉格朗日與方向替換求解法

### (Augmented Lagrangian Method and Alternating Direction Method, AL&ALAD)

權重更新法提出後,在2006年Tosserams等人提出增廣拉格朗日法(aumented Lagrangian method, AL) [34],此方法將原解析目標傳遞法的方程式中所使用的二次懲罰函數(quadratic penalty function)更改爲增廣拉格朗日懲罰函數(augmented Lagrangian penalty),使得解析目標傳遞法有較快的收斂速度,如式(3.9)所示:

二次懲罰函數  
増廣拉格朗日懲罰函數  

$$\|\mathbf{w}_{ij} \circ (\mathbf{R}_{ij}^{i} - \mathbf{R}_{ij}^{i-1})\|_{2}^{2} \Rightarrow \mathbf{v}_{ij}(\mathbf{R}_{ij}^{i} - \mathbf{R}_{ij}^{i-1}) + \|\mathbf{w}_{ij} \circ (\mathbf{R}_{ij}^{i} - \mathbf{R}_{ij}^{i-1})\|_{2}^{2}$$
 (3.9)  
在此 $\mathbf{v}_{ij}$ 為子系統 $P_{ij}$ 之拉格朗日乘子

根據上述懲罰函數的改變,我們可以將原本子系統之數學方程式(3.5)改寫成式(3.10):

$$\min_{\{\bar{\mathbf{x}}_{ij}, \mathbf{y}_{(i+1)k}^{i}\}} \|\mathbf{w}_{ij}^{R} \circ (\mathbf{R}_{ij}^{i} - \mathbf{R}_{ij}^{i-1})\|_{2}^{2} + \|\mathbf{S}_{ij}\mathbf{w}_{ip}^{y} \circ (\mathbf{S}_{ij}\mathbf{y}_{ip}^{i-1} - \mathbf{y}_{ij}^{i})\|_{2}^{2} + \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} \|\mathbf{w}_{(i+1)k}^{R} \circ (\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i} - \mathbf{R}_{(i+1)k}^{i+1})\|_{2}^{2} + \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} \|\mathbf{S}_{(i+1)k}\mathbf{w}_{(i+1)j}^{y} \circ (\mathbf{S}_{(i+1)k}\mathbf{y}_{(i+1)j}^{i} - \mathbf{y}_{(i+1)k}^{i+1})\|_{2}^{2} - (\mathbf{v}_{ij}^{R} \circ \mathbf{R}_{ij}^{i}) - (\mathbf{S}_{ij}\mathbf{v}_{ip}^{y} \circ \mathbf{y}_{ij}^{i}) + \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} (\mathbf{v}_{(i+1)k}^{R} \circ \mathbf{R}_{(i+1)k}^{i}) + \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} (\mathbf{S}_{(i+1)k}\mathbf{v}_{(i+1)j}^{y} \circ \mathbf{S}_{(i+1)k}\mathbf{y}_{(i+1)j}^{i})$$
subject to  $\mathbf{g}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) \leq 0$ ,  $\mathbf{h}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) = 0$ 
where  $\mathbf{R}_{ij}^{i} = \mathbf{r}_{ii}(\bar{\mathbf{x}}_{ij})$ ,  $\bar{\mathbf{x}}_{ij} = [\mathbf{x}_{ij}^{i}, \mathbf{v}_{ij}^{i}, \mathbf{R}_{ij}^{i}, \dots, \mathbf{R}_{ij}^{i}, \dots, \mathbf{R}_{ij}^{i}, \dots, \mathbf{R}_{ij}^{i})$ 

$$(3.10)$$

here 
$$\mathbf{R}_{ij}^{i} = \mathbf{r}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}), \quad \bar{\mathbf{x}}_{ij} = \left[\mathbf{x}_{ij}^{i}, \mathbf{y}_{ij}^{i}, \mathbf{R}_{(i+1)k_{1}}^{i}, \cdots, \mathbf{R}_{(i+1)k_{\mathcal{C}_{ij}}}^{i}\right]^{T}$$
  
 $\forall j \in E_{i}, \quad i = 0, 1, ..., N$ 

當使用解析目標傳遞法-增廣拉格朗日策略進行運算時,需使用兩個巢狀迴圈:內迴圈為 系統目標傳遞計算迴圈,經由多次迭代計算,使子系統之間資訊傳遞達到穩定狀態;外迴圈 為拉格朗日參數更新迴圈,加快解析目標傳遞法的收斂。關於拉格朗日參數的更新機制如 式(3.11)。其中I表示外迴圈數(拉格朗日參數更新迴圈次數),i<sub>c</sub>表示在內迴圈中系統目標傳 遞計算所達到的資訊一致性結果。

$$\mathbf{v}^{I+1} = \mathbf{v}^I + 2\mathbf{w}^I \circ \mathbf{w}^I \circ \mathbf{i}_c^I \tag{3.11}$$

雖然增廣拉格朗日方法同樣需使用一個外迴圈來更新拉格朗日乘子,但不像權重更新法 需計算許多偏微分項次,因此解析目標傳遞法的計算成本可以大幅減少並且獲得更好的精確 度,同時拉格朗日參數v可以避免權重更新方法所造成的病態條件(ill-conditioning)。除了增 廣拉格朗日方法,Tosserams等人在分析解析目標傳遞法的結構後,發現奇數層子系統僅與 偶數層有資訊傳遞的關係,奇數層彼此並無直接關係。因此,Tosserams等人提出方向替代 求解法(alternating direction solution method, ALAD),根據奇、偶數層之間的關係,將奇數 層子系統進行平行運算,而偶數層子系統一起平行運算,如此一來,可經由平行運算減少時 間成本。

### 二次對角近似法

### (Diagonal Quadratic Approximation, DQA)

隨著平行運算的發展,Li等人 [26]於2008年提出二次對角近似方法(diagonal quadratic approximaiton, DQA)以及截斷二次對角近似法(truncated diagonal quadratic approximation, TDQA),此方法透過線性化增廣拉格朗日方法中的增廣拉格朗日項次,分離解析目標傳遞法案構中之各子系統,如此一來,在進行子系統的計算時能平行進行,使得解析目標傳遞法可以運用至平行運算上。經由二次對角近似方法,原增廣拉格朗日方法之數學式(3.10)可改寫成式(3.12):

$$\min_{\{\bar{\mathbf{x}}_{ij}, \mathbf{y}_{(i+1)k}^{i}\}} \|\mathbf{w}_{ij}^{R} \circ (\mathbf{R}_{ij}^{i} - \mathbf{R}_{ij}^{(i-1)I})\|_{2}^{2} + \|\mathbf{S}_{ij}\mathbf{w}_{ip}^{y} \circ (\mathbf{S}_{ij}\mathbf{y}_{ip}^{(i-1)I} - \mathbf{y}_{ij}^{i})\|_{2}^{2} + \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} \|\mathbf{w}_{(i+1)k}^{R} \circ (\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i} - \mathbf{R}_{(i+1)k}^{(i+1)I})\|_{2}^{2} + \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} \|\mathbf{S}_{(i+1)k}\mathbf{w}_{(i+1)j}^{y} \circ (\mathbf{S}_{(i+1)k}\mathbf{y}_{(i+1)j}^{i} - \mathbf{y}_{(i+1)k}^{(i+1)I})\|_{2}^{2} - (\mathbf{v}_{ij}^{R} \circ \mathbf{R}_{ij}^{i}) - (\mathbf{S}_{ij}\mathbf{v}_{ip}^{y} \circ \mathbf{y}_{ij}^{i}) + \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} (\mathbf{v}_{(i+1)k}^{R} \circ \mathbf{R}_{(i+1)k}^{i}) + \sum_{k \in \mathcal{C}_{ij}} (\mathbf{S}_{(i+1)k}\mathbf{v}_{(i+1)j}^{y} \circ \mathbf{S}_{(i+1)k}\mathbf{y}_{(i+1)j}^{i})$$

$$(3.12)$$

subject to  $\mathbf{g}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) \leq 0$ ,  $\mathbf{h}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) = 0$ 

where 
$$\mathbf{R}_{ij}^{i} = \mathbf{r}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}), \quad \bar{\mathbf{x}}_{ij} = \left[\mathbf{x}_{ij}^{i}, \mathbf{y}_{ij}^{i}, \mathbf{R}_{(i+1)k_{1}}^{i}, \cdots, \mathbf{R}_{(i+1)k_{\mathcal{C}_{ij}}}^{i}\right]^{T}$$
  
 $\forall j \in E_{i}, \quad i = 0, 1, ..., N$ 

其中,  $\mathbf{R}_{ij}^{(i-1)I}$ ,  $\mathbf{y}_{ip}^{(i-1)I}$ ,  $\mathbf{R}_{(i+1)k}^{(i+1)I}$ ,  $\mathbf{y}_{(i+1)k}^{(i+1)I}$ 等項次為第*I*次外迴圈所得之解,與一般增廣拉格朗日不同的是,此值在進行內迴圈計算時視爲定值,直到下一次外迴圈計算時才進行更新。如此一來,在進行內迴圈計算時,各子系統便可以平行運算,不需等待其他子系統傳遞所需資訊。

#### 通用拉格朗日法

### (Ordinary Lagrangian Method, OL)

除了針對權重的配置加強解析目標傳遞法外,Lassiter等人 [25]提出以拉格朗日二元 性(Lagrangian duality)為基礎的運算策略,同時配合解析目標傳遞法來解決複雜系統問題。此方法使在原本解析目標傳遞法的方程式中所使用的二次懲罰函數(quadratic penalty function)改為通用拉格朗日懲罰函數(ordinary Lagrangian penalty function),如式(3.13)所示:

二次懲罰函數 增廣拉格朗日懲罰函數   
$$\|\mathbf{w}_{ij} \circ (\mathbf{R}_{ij}^{i} - \mathbf{R}_{ij}^{i-1})\|_{2}^{2} \Rightarrow \mathbf{v}_{ij}(\mathbf{R}_{ij}^{i} - \mathbf{R}_{ij}^{i-1})$$
 (3.13)  
在此 $\mathbf{v}_{ij}$ 為子系統 $P_{ii}$ 之拉格朗日乘子

根據上述懲罰函數的改變,我們可以將原本子系統之數學方程式(3.5)改寫成式(3.14):

$$\min_{\{\bar{\mathbf{x}}_{ij}, \mathbf{y}_{(i+1)k}^{i}\}} - (\mathbf{v}_{ij}^{R} \circ \mathbf{R}_{ij}^{i}) - (\mathbf{S}_{ij} \mathbf{v}_{ip}^{y} \circ \mathbf{y}_{ij}^{i}) + \sum_{k \in C_{ij}} (\mathbf{v}_{(i+1)k}^{R} \circ \mathbf{R}_{(i+1)k}^{i}) + \sum_{k \in C_{ij}} (\mathbf{S}_{(i+1)k} \mathbf{v}_{(i+1)j}^{y} \circ \mathbf{S}_{(i+1)k} \mathbf{y}_{(i+1)j}^{i})$$
subject to  $\mathbf{g}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) \leq 0, \quad \mathbf{h}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) = 0$ 
where  $\mathbf{R}_{ij}^{i} = \mathbf{r}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}), \quad \bar{\mathbf{x}}_{ij} = \left[\mathbf{x}_{ij}^{i}, \mathbf{y}_{ij}^{i}, \mathbf{R}_{(i+1)k_{1}}^{i}, \cdots, \mathbf{R}_{(i+1)k_{c_{ij}}}^{i}\right]^{T}$ 

$$\forall j \in E_{i}, \quad i = 0, 1, ..., N$$

$$(3.14)$$

在此方法中,每個子系統呈現分離的狀態,因此可以在固定拉格朗日參數v下以平行運 算的方式進行計算。

#### 連續線性近似法

### (Sequential Linear Programming, SLP)

於2010年與2011年, Han [18]和Chan [13]根據解析目標傳遞法對於單調性系統有著快速 收斂此一優點,提出利用連續線性近似法(sequential linear programming, SLP)將原本非線性 問題逐一轉換成線性問題進行求解,來提昇解析目標傳遞法的運算效率,並稱其爲線性化解 析目標傳遞法(LATC)。經由連續線性近似法轉換後的子系統的數學方程式,如式(3.15):

$$\begin{aligned}
\min_{\{\bar{\mathbf{d}}_{ij},\varepsilon_{ij}^{R},\varepsilon_{(i+1)k}\}} & \varepsilon_{ij}^{R} + \sum_{k \in C_{ij}} \varepsilon_{(i+1)k}^{R} \\
\text{subject to} & -\varepsilon_{ij}^{R} \leq \mathbf{w}_{ij}^{R} \circ (\mathbf{R}_{ij}^{i} + \mathbf{d}_{\mathbf{R}_{ij}^{i}} - \mathbf{R}_{ij}^{i+1} - \mathbf{d}_{\mathbf{R}_{ij}^{i+1}}) \leq \varepsilon_{ij}^{R} \\
& -\varepsilon_{(i+1)k}^{R} \leq \mathbf{w}_{(i+1)k}^{R} \circ (\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i} + \mathbf{d}_{\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i}} - \mathbf{R}_{(i+1)k}^{i+1} - \mathbf{d}_{\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i+1}}) \leq \varepsilon_{(i+1)k}^{R} \\
& \nabla \mathbf{g}_{ij}^{T}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) \bar{\mathbf{d}}_{ij} + \mathbf{g}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) \leq 0, \quad \nabla \mathbf{h}_{ij}^{T}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) \bar{\mathbf{d}}_{ij} + \mathbf{h}_{ij}(\bar{\mathbf{x}}_{ij}) = 0 \end{aligned} (3.15)$$
where
$$\bar{\mathbf{x}}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{ij}, \mathbf{R}_{ij}^{i}, \mathbf{R}_{(i+1)k_{1}}^{i}, \cdots, \mathbf{R}_{(i+1)k_{c_{ij}}}^{i} \end{bmatrix}^{T} \\
& \bar{\mathbf{d}}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{\mathbf{x}_{ij}}, \mathbf{d}_{\mathbf{R}_{ij}^{i}}, \mathbf{d}_{\mathbf{R}_{(i+1)k_{1}}^{i}}, \cdots, \mathbf{d}_{\mathbf{R}_{(i+1)k_{c_{ij}}}} \end{bmatrix}^{T} \\
& \|\bar{\mathbf{d}}_{ij}\|_{\infty} \leq \rho, \quad \forall j \in E_{i}, \ i = 0, 1, \cdots, N
\end{aligned}$$

當解析目標傳遞法以連續線性近似法之形式進行運算時,可以獲得較佳的收斂結果,同時可透過SLP-filter加入不確定因素於解析目標傳遞法中進行複雜系統設計 [19]。然而由於線性近似的緣故,設計問題不能呈現過度非線性狀態,並且需有較強的單調性特性,以避免在執行線性化解析目標傳遞法時,產生過大的誤差。

綜合上述文獻回顧,到目前為止,解析目標傳遞法已發展出有多種運算策略,如權重更 新法、增廣拉格朗日法、線性化解析目標傳遞法等運算策略,這些策略加強解析目標傳遞法 收斂的特性,減少計算成本,並且拓展解析目標傳遞法的許多應用方式。然而,多數的策略 主要著重在解析目標傳遞法的收斂速度或是系統間的目標一致性上,鮮少有考慮到函數計算 量,通常函數計算量的減少對於需要執行"昂貴"計算的函數或分析上,可以節省大量的計算 時間,特別是多數複雜系統設計問題中包含需要進行模擬分析模型。Han 在線性化解析目標 傳遞法一文中有提及減少含數計算量的相關作法,根據其演算策略的特性,可以根據計算結 果,將不重要的子系統移除,以減少整體系統的函數計算量,將在下章節作詳細介紹。

### 基於連續線性近似演算法之暫緩策略

Han 除了提出線性化解析目標傳遞法的運用策略外,同時並提出對於多階層狀架構的暫 緩策略 [18]。其根據連續線性近似演算法,將在原解析目標傳遞法中子系統的響應變數的步 伐大小作爲線性化解析目標傳遞法中線性化子系統的響應變數,並且將其下層(i+1)層子系 統 $P_{(i+1)j}$ 的響應變數之步伐大小與其同層子系統 $P_{(i+1)k}, k \in C_{ij}$ 的響應變數之步伐平均值進行 比較,以作爲是否移除子系統判斷之準則,其數學式如式(3.16)所示。

$$\|\mathbf{d}_{\mathbf{R}_{(i+1)j}}\| < \zeta_t \sum_{k \in C_{ij}} \frac{\|\mathbf{d}_{\mathbf{R}_{(i+1)k}}\|}{N_{C_{ij}}}, \quad \zeta_t \ll 1$$
(3.16)

當子系統的響應變數之步伐大小滿足不等式(3.16)時,則子系統 $P_{(i+1)j}$ 以及其分支都可被移除,在不等式(3.16)的右側為系統 $P_{ij}$ 的子系統 $C_{ij}$ 的步伐大小之平均值, $N_{C_{ij}}$ 為子系統 $C_{ij}$ 的數量, $\zeta_t$ 為使用者決定的參數,根據Han等人的建議 $\zeta_t \ll 1$ ,並且不要大於0.2,避免過多無用的移除步驟。而暫緩策略的作法是將線性化解析目標傳遞法響應變數值,也就是步伐大小,在進行下一次迭代時設爲零,從原解析目標傳遞法的角度説明,其表示的意義爲 $\mathbf{x}^{I+1} = \mathbf{x}^{I}$ :下一次迭代所需傳遞的資訊保持在子系統移除前的資訊。

另外Han亦提供驗證暫緩策略有效性的方式,是將線性化解析目標傳遞法中目標函數預 測改變量Δ*l*<sub>e</sub>是否受到"暫時移除"的影響作爲驗證標準,如式(3.17):

3.T. 2.000

$$\Delta l_e^{sus} \ge \zeta_f \Delta l_e, \quad \zeta_f < 1 \tag{3.17}$$

方程式(3.18)表示當執行暫緩策略後其目標函數預測改變量 $\Delta l_e$ 大於未執行"暫時移除"策略 其目標函數預測改變量 $\Delta l_e$ 的倍數時,此次"暫時移除"策略是具有效力。其中 $\zeta_f$ 爲使用者決 定之參數,且 $\zeta_f$ 和 $\zeta_t$ 有以下關係:

$$\zeta_f = 1 - \zeta_t \tag{3.18}$$

Han等人所提出的方法雖然可以針對解析目標傳遞法加速求解複雜系統設計問題,但是 在應用上仍然存在某些限制。由於使用連續線性近似演算法,在線性近似時會造成的些許 誤差,若同時使用移除策略在子系統上時,可能會因爲信賴區間或者過濾器(SLP-filter)的 限制使得子系統的設計點偏離原先的方向,造成最終設計遠離實際非線性系統的解。因 此,Han等人爲評估暫緩策略所造成的影響,故比較有執行暫緩策略與未執行暫緩策略的系 統目標函數預測改變量,檢驗兩者差距多大以作爲暫緩策略的驗證機制。雖然此暫緩策略加 上了驗證機制可以避免不適當的移除所造成的誤差,然而此機制必須多執行一次運算來檢驗 未執行移除的系統之目標函數預測改變量確保移除策略的有效性,故可能使得整體計算成本 只有有限的改善,或者使得整體計算因過多檢驗機制造成成本上升,雖然Han等人亦提到如 果在驗證時遇到需要較大的計算量,則驗證機制可以省略不執行,但如此一來誤差量便有較 大的風險會上升,也因此Han等人所提出的暫緩策略顯得較無實質作用。

### 子系統架構之暫緩移除策略

因此於2011年, Chang [14]等人提出一套能夠降低複雜系統設計成本的新策略,在此方 法中,除了利用現有解析目標傳遞法本身的運算架構外,另外針對整體架構的運算成本提出 暫緩策略,使得子系統在具有較小的耦合強度之情況下可以暫時從運算架構中移除,進而讓 整體系統計算量可大幅減少,另外對於子系統中最佳化模型計算成本,配合active-set策略使 得子系統在拘束條件過多的情況,能夠降低最佳化過程的計算量。

Chang根據敏感度分析推算出適用於多階層架構中的耦合強度。根據Allison對耦合強度 於複雜系統之影響說明 [7],耦合強度通常可以從系統對耦合變數得敏感度高低看出,倘若 某系統對於某耦合變數有著高度敏感度,即表示此耦合強度大。在多階層架構中,耦合強度 除了包含子系統的輸出以及輸入的敏感度外,同時也考量到設計變數之間的相依性,並根 據Alyaqout等人所提出的改良全域敏感度方程組 [8],其中加入了最佳性條件-KKT條件可使 敏感度分析包含設計變數的相依性,故耦合強度之數學定義如式(3.19)。

$$\Gamma_{(i+1)k}^{ij} = \frac{df_{ij}}{d\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i}} \\
= \frac{\partial f_{ij}}{\partial \mathbf{R}_{(i+1)k}^{i}} + \frac{\partial f_{ij}}{\partial \mathbf{R}_{(i+1)l}^{i}} \frac{d\mathbf{R}_{(i+1)l}^{i}}{d\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i}} + \frac{\partial f_{ij}}{\partial \mathbf{R}_{ij}^{i}} \frac{d\mathbf{R}_{ij}^{i}}{d\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i}} + \frac{\partial f_{ij}}{\partial \mathbf{x}_{ij}^{i}} \frac{d\mathbf{R}_{ij}^{i}}{d\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i}} + \frac{\partial f_{ij}}{\partial \mathbf{x}_{ij}^{i}} \frac{d\mathbf{x}_{ij}^{i}}{d\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i}}, \quad k, l \in C_{ij}, l \neq k$$
(3.19)

其中Γ<sup>ij</sup><sub>(i+1)k</sub>為子系統P<sub>(i+1)k</sub>和P<sub>ij</sub>之間的耦合強度,其物理意義為子系統P<sub>(i+1)k</sub>對子系統P<sub>ij</sub>的影響。在方程式(3.19)中等式右邊的項次是經由根據子系統P<sub>ij</sub>的目標函數f<sub>ij</sub>與各類型變數的關係,利用微積分中的連鎖律所推導得到。

藉由耦合強度,可以預測出子系統對整體系統之影響,因此使用上節所定義的耦 合強度,針對特定子系統來進行暫緩策略,也就是子系統"暫時移除"之步驟。當式 式(3.19)中 $\Gamma_{(i+1)k}^{ij}$ 的值較大時,表示子系統 $P_{ij}$ 對於響應變數 $\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i}$ 有較高敏感度,也就是 子系統 $P_{(i+1)k}$ 對子系統 $P_{ij}$ 有較強耦合,因此當移除 $P_{(i+1)k}$ 時,其整體系統之解會出現明顯 的改變。反之, $\Gamma_{(i+1)k}^{ij}$ 的值較小時,子系統 $P_{ij}$ 對於響應變數 $\mathbf{R}_{(i+1)k}^{i}$ 有較低敏感度,則移 除 $P_{(i+1)k}$ 對於整體系統之解並不會有太大的影響。總而言之,暫緩策略是將階層狀架構中對 於求解過程中較不重要的子系統移除並保持一定的準確度。

此暫緩策略與Han等人所提出的策略皆是用於解析目標傳遞法得多階層架構上,並且能 達到於運算過程時系統架構簡化之功能,但是兩者還是具有極大的不同之處。其一是Han等 人所提出的策略主要是根據連續性近似法中的設計點運算時的步伐大小,而步伐大小是連續 線性近似法特有的設計變數,因此只能運用於解析目標傳遞法-連續線性近似演算策略中, 並不能延伸運用至其他方法中,而暫緩策略是根據子系統所計算出來的資訊,另外計算子系 統之間的耦合強度,並基於耦合強度的強弱判定是否移除子系統,由於耦合強度是單純利用 子系統所提供的資訊,因此可以加以推廣到其他演算方法當中。其二是暫緩策略是經由耦合 強度判定是否移除子系統,而耦合強度本身不需要另外的資訊輔助驗證是否有效,也因此可 以完全達到減少計算成本的作用。

由Chang提出的另一個策略為active-set策略,主要是設計過程中辨認出具有active性質 的拘束條件以增進求解速率。基本上,當全部具有active性質的拘束條件都已得知時,在 設計過程中的迭代次數就有可能減少。對於整體系統中每個子系統的最佳化模型進行求解 時,active-set策略將根據子系統中目標函數與拘束條件的梯度方向來提供是否有拘束條件具 有active性質的資訊,並根據每次系統目標傳遞迭代計算的果使子系統內的拘束條件作最佳 的增減。根據迭代計算後的結果,可得目前設計點的位置,利用此設計點計算子系統目標 函數與拘束條件之梯度方向。如圖3.7所示,目前設計點 $x_k$ ,分別計算目標函數 f與拘束條 件 $g_1 n g_2$ 的梯度方向 $\nabla f \cdot \nabla g_1 以 Q \nabla g_2$ ,發現其中 $\nabla f g \nabla g_2$ 的方向相同,則隨後的運算過程 中,拘束條件 $g_2$ 並不會影響到找尋最小值的方向,因此,在隨後的最佳化過程中把拘束條 件 $g_2$ 移除。



圖 3.7: active-set策略示意圖 [14]

總結上述暫緩策略與active-set策略,子系統經過移除策略後,子系統部分將被移除,因 此對於拆解後的多階層架構來說其架構會跟著改變,並且在執行最佳化過程中,子系統的拘 束條件也會因active-set策略進行移除,對於複雜系統設計問題來說,整個問題變為一較為簡 單、易解的問題。經過設計流程中兩個策略的運算後,系統架構之變化情況,如圖3.8所示。 整體設計策略流程圖如圖3.9。



圖 3.8: 系統架構變化圖 [14]



圖 3.9: 設計策略流程圖 [14]

拘束法

拘束法是由Marglin在1967年 [27]所提出,其概念是將多目標最佳化問題中的某些目標函 數轉換成拘束條件來進行最佳化,藉由改變拘束條件(原問題之目標函數)限制值,產生多個 單目標最佳化問題。利用此方法可將原本的多目標最佳化問題轉換爲多個單目標最佳化問題 並進行求解。拘束法之數學模型如方程式(3.20)所示:

$$\begin{array}{ll}
\min_{\mathbf{x}} & f_i(\mathbf{x}) \\
\text{s.t} & \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0, \quad \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \\
& f_j(\mathbf{x}) \leq f_j^c \\
\forall f_j^c \in \left[\bar{f}_j^c, \bar{f}_j^c\right], j = 1, 2, ..., k, \quad j \neq i
\end{array}$$
(3.20)

其中f<sup>c</sup>為目標函數所轉換之拘束條件限制值,其量值大小由設計者所決定,透過不斷的修改f<sup>c</sup>的量值,可獲得Pareto set上不同最佳設計點,最後將所有設計點集合則可描繪出Pareto set。觀察方程式(3.20)可發現,在將其他的目標函數改寫為拘束條件之後,原本得多目標最佳化問題已被轉換爲單目標最佳化問題。圖3.10爲將拘束法應用於雙目標最佳化的Pareto set示意圖。



圖 3.10: 拘束法應用於雙目標最佳化之Pareto set示意圖

於2010年Hung [20]將解析目標傳遞法與多目標最佳化之拘束法進行整合,用以處理複雜 系統之多目標設計問題。拘束法不僅能用來計算單一系統多目標最佳化問題的Pareto set, 亦能將其應用至多層系統。只要將拘束條件加入至多層系統中的最上層系統,即能產生複雜 系統多目標最佳化問題的Pareto set。

# 3.2 待解決之困難

根據以上的文獻回顧得知,至今解析目標傳遞法已發展出有多種運算策略,如權重更新 法、增廣拉格朗日法、線性化解析目標傳遞法、暫緩設計方法等運算策略,這些策略不僅加 強解析目標傳遞法收斂的特性,減少計算成本,以及量化解析目標傳遞法系統之間的耦合強 度,並且拓展解析目標傳遞法的許多應用方式,無論在設計複雜系統、判定複雜系統耦合強 度、簡化複雜系統以及延伸至多目標最佳設計,均有許多方法能夠處理相對應的問題,去 加強複雜系統的整合與設計。雖然解析目標傳遞法發展至今已相當完善,但仍然有些許問 題是工程師們無法由數學角度著手解決。本章節先説明解析目標傳遞法待解決之困難,並 於3.2.1章節中提出子系統最佳化之修正策略,最後以數學範例展示其結果。

當工程師採用解析目標傳遞法作爲複雜系統之設計方法時,利用系統化的拆解方式,將 複雜系統拆解成較小的子系統進行最佳化求解,在求解的過程中透過子系統間的溝通協調, 而使整體系統可以達到與未拆解前系統相同的最佳值。拆解後的部分工程子系統常常需要透 過模擬軟體來獲得所需數值,模擬過程相當耗時且難以取得梯度資訊,或因演算法因素導致 無法順利找到全域最佳解而產生不恰當設計值,此時子系統需傳給上下層系統之設計值,依 演算法無法收斂之狀況,可分成兩種狀態如下:

• 可行解(feasible solution)

對整體系統中各子系統的進行最佳化求解時,當演算法中的迭代次數或函數計算次數 大於設計者所決定的預設值,演算法立即停止搜尋,此時子系統得到之設計值雖在可 行解空間中,卻不是最佳之設計值,故視為不恰當之設計值。

### • 非可行解(infeasible solution)

對整體系統中各子系統的進行最佳化求解時,當子系統可行之設計空間太過複雜或狹 隘,演算法經由多次迭代後,因無法到達可行解空間之設計值而停止搜尋,此時子系 統得到之設計值不在可行解空間中,亦不爲最佳設計值,故爲不恰當之設計值。 综合上述兩種情況,若子系統進行最佳化求解後,得到的設計值為不恰當之設計值,由 於互相連結之子系統,其最佳化數學模型之目標函數必須維持子系統間傳遞資訊之一致性, 此時若將不正確的資訊傳遞給相互連結之其他層子系統,將會影響到子系統之收斂結果。如 圖3.11所示,此為一子系統無法收斂之範例,橫坐標爲解析目標傳遞法迭代次數,縱座標爲 上下層子系統間傳遞之訊息,由於下層子系統在進行最佳化求解時無法收斂,導致在每次迭 代時,下層子系統所獲得之資訊並不一致,如此一來,將會造成上下層子系統之資訊變動次 數頻繁,整體系統無法達到資訊一致性而停止迭代,即使整體系統滿足收斂條件而停止迭 代,我們得到的亦是一組不恰當的解。



對工程師來說,採用解析目標傳遞法作為複雜系統之設計方法,必須耗費許多的時間來 分析並拆解整體系統及龐大的計算量,這些都是昂貴的成本,我們不希望在花費了昂貴的成 本後,得到一組不恰當的設計值,因此如何在子系統無法收斂時,不增加太多額外成本下, 得到一個恰當並且相對原設計值較好之設計值,是我們必須克服的問題。我們希望提出一套 策略,在任一子系統發生無法收斂之狀況時,能修正其找到正確且較佳之設計值,並希望對 整體系統之收斂有幫助,將於下一章節作詳細介紹。

# 3.3 子系統最佳化之修正策略

在本章中,針對上一章節提到子系統得到不恰當設計值之問題,包含子系統於未收斂狀 況下,設計值為可行解或非可行解兩種情況,我們先分別對兩種不同情況提出修正策略,最 後為了應用上的簡便,我們整合兩種策略,以下將詳細介紹。

### 3.3.1 未收斂值為可行解

如圖3.12所示,當解析目標傳遞法中任一子系統進行最佳化求解時,發生無法收斂之狀況,根據演算法迭代計算後的結果,可得目前設計點的位置 $\mathbf{x}_k$ ,此時設計點於可行之設計空間中,利用此設計點計算子系統目標函數f之梯度方向 $\nabla f$ 。



圖 3.12: 不恰當設計值修正策略示意圖-可行解狀況

根據原子系統之最佳化數學模型,修正策略之最佳化數學模型如式(3.21),在得知目標 函數梯度方向∇f後,為了得到較小的目標函數值,沿著負的梯度方向,以步長κ作為新的設 計變數,進行單變數最佳化搜尋。因此沿負的梯度方向上可找到最佳步長,將此步長所產生 之新的設計值代入目標函數後,即可得到恰當且較佳目標函數值(如圖3.12之星號位置)。其 中負的梯度方向為單位向量,在進行最佳化搜尋的同時,須滿足原等式限制式及不等式限制 式。

$$\min_{0 \le \kappa \le \infty} f(\mathbf{x} + \kappa \mathbf{s})$$
s.t  $\mathbf{g}(\mathbf{x} + \kappa \mathbf{s}) \le 0$ 

$$\mathbf{h}(\mathbf{x} + \kappa \mathbf{s}) = 0$$
where  $\mathbf{s} = -\frac{\nabla f}{|\nabla f|}$ 
(3.21)

由於此最佳化問題為單純的單變數最佳化問題,相較於原本多變數最佳化問題,已經大量的簡化了問題的複雜度,並且在演算法進行最佳化求解時,降低了無法收斂之狀況發生的 機率。

### 3.3.2 未收斂值爲非可行解

如圖3.12所示,當解析目標傳遞法中任一子系統進行最佳化求解時,發生無法收斂之狀況,根據演算法迭代計算後的結果,可得目前設計點的位置 $\mathbf{x}_k$ ,此時設計點於非可行之設計空間中,利用此設計點計算子系統拘束條件 $g_1$ 和 $g_2$ 之梯度方向 $\nabla g_1$ 以及 $\nabla g_2$ 。



圖 3.13: 不恰當設計值修正策略示意圖-非可行解狀況

根據原子系統之最佳化數學模型,修正策略之最佳化數學模型如式(3.22),與上一種狀況不同的是,由於設計點在非可行之空間,對設計者來說,此時搜尋到可行之設計值遠比達 到較小的目標函數值來的重要,因此目標函數為拘束條件之違反量。在得知拘束條件梯度方 向 $\nabla g_1$ 以及 $\nabla g_2$ 後,沿雨梯度方向之合成方向s,以步長 $\kappa$  作爲新的設計變數,進行單變數最 佳化搜尋。沿負的合成方向上可找到最佳步長後,經由計算可得到恰當或拘束條件違反量較 小之設計值(如圖3.13之星號位置)。其中搜尋方向s爲負的梯度方向之單位向量合成,在進行 最佳化搜尋的同時,須滿足原等式限制式及不等式限制式。

$$\begin{array}{ll} \min_{0 \le \kappa \le \infty} & \sum_{j} g_{j}(\mathbf{x} + \kappa \mathbf{s}) \\ \text{s.t} & \mathbf{g}(\mathbf{x} + \kappa \mathbf{s}) \le 0 \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x} + \kappa \mathbf{s}) = 0 \\ \text{where} & \mathbf{s} = -\sum_{j} \frac{\nabla g_{j}}{|\nabla g_{j}|} \end{array} \tag{3.22}$$

 $j \in \text{violated constraints}$ 

## 3.3.3 設計策略整合

當設計者應用解析目標傳遞法求解複雜設計問題時,上述提到之兩種無法收斂的狀況皆 有可能發生,因此爲了使用修正策略上的方便性,我們整合了兩種策略,如此一來,當子系 統發生無法收斂之狀況,都能採用此整合後的修正策略,其整合後的數學模型如式(3.23)。

$$\min_{0 \le \kappa \le \infty} \quad f(\mathbf{x} + \kappa \mathbf{s}) + \sum_{j} g_{j}(\mathbf{x} + \kappa \mathbf{s})$$
  
s.t  $\mathbf{g}(\mathbf{x} + \kappa \mathbf{s}) \le 0$   
 $\mathbf{h}(\mathbf{x} + \kappa \mathbf{s}) = 0$  (3.23)  
where  $\mathbf{s} = -\left(\omega_{f} \frac{\nabla f}{|\nabla f|} + \omega_{j} \sum_{j} \frac{\nabla g_{j}}{|\nabla g_{j}|}\right)$ 

 $j \in \text{violated constraints}$ 

其中s表示目標函數之單位梯度方向與違反拘束條件之單位梯度方向的合成方向,ω<sub>f</sub>與ω<sub>j</sub>分 別表示兩方向之權重係數,其計算公式如式(3.24),隨著拘束條件違反量變大,ω<sub>f</sub>逐漸變小 而ω<sub>j</sub>逐漸變大,主要目的爲減少拘束條件違反量,因此違反拘束條件之梯度方向顯得更加重 要。

$$(m,n) = \left(\frac{1}{1+\sum_{j} g_{j}}, \sum_{j} g_{j}\right)$$
  
$$(\omega_{f}, \omega_{j}) = \left(\frac{m}{m+n}, \frac{n}{m+n}\right)$$
  
(3.24)

在本章節中,我們介紹一個針對複雜系統設計的修正策略,用來修正子系統無法收斂時 之不恰當設計值。經由本章節的介紹,本論文中提出的設計流程以及流程中修正策略之作法 已有初步的認識與了解,圖3.14為本論文修正策略之設計策略流程圖,在隨後章節中將以數 學範例來展示本設計流程之運算結果,並根據結果進行討論。



# 3.4 數學範例

在我們所提的策略中,修正策略是用於子系統最佳化模型,目的是當子系統無法收斂而 回傳不恰當設計值時,幫助子系統找到恰當且較佳的設計值。在本節,我們將以一個數學範 例-幾何規劃之變形範例,來展示整體設計方法的成果,並加以探討執行策略時遇到的狀況 與問題。

### 3.4.1 變形幾何規劃數學範例

### 問題描述與模型建構

本數學範例為在解析目標傳遞法中最被廣泛使用的範例之一,幾何規劃模型(geometric programming, GP) [24],在本範例中,為了產生子系統無法收斂的狀況,我們使用一變形幾何規劃模型之版本來展示,其數學模型如式(3.25)所示。根據變數與函數之間的關係將系統拆解後,共有三個子系統,於上層存有一子系統P<sub>11</sub>,下層存有兩個子系統P<sub>21</sub>與P<sub>22</sub>,而下層 子系統與上層子系統之響應變數分別為x<sub>3</sub>和x<sub>6</sub>。x<sub>11</sub>為子系統P<sub>21</sub>與P<sub>22</sub>的連結變數。

$$\min_{\mathbf{x_3, x_4, \dots x_{14}}} f = x_1^2 + x_2^2$$
s.t.
$$\frac{x_3^{-2} + x_4^2}{x_5^2} \le 1 \quad \frac{x_5^2 + x_6^{-2}}{x_7^2} \le 1$$

$$\frac{x_{11}^{2} + x_{12}^{-2}}{x_{13}^2} \le 1 \quad \frac{x_{11}^2 + x_{12}^2}{x_{14}^2} \le 1$$

$$(x_8 - 16)^2 + (x_9 - 30)^2 \le 4$$

$$(x_8 - 10)^2 + (x_9 - 38)^2 \le 64$$

$$(x_{10} - 2)^2 + (x_{11} - 3)^2 \le 9$$

$$(x_{10} + 1)^2 + (x_{11} + 1)^2 \le 7$$

$$x_1^2 = x_3^2 + x_4^{-2} + x_5^2$$

$$x_2^2 = x_5^2 + x_6^{-2} + x_7^2$$

$$x_3^2 = x_8^2 + x_9^{-2} + x_{10}^{-2} + x_{11}^2$$

$$x_6^2 = x_{11}^2 + x_{12}^2 + x_{13}^2 + x_{14}^2$$
(3.25)



圖 3.15: 變形幾何規劃範例-拆解系統架構圖

整體系統架構轉換為雙層架構如圖3.15所示,並且在架構中標註各子系統的基本數學模型。其架構圖中之數學式下標ss1與ss2分別表示此資訊是由下層其中一子系統所傳遞過來, 而上標U和L分別表示資訊由上層系統(upper system)或下層系統(lower system)傳遞過來。

### 結果與討論

在建立好架構與模型後,進行子系統最佳化,此時發現下層子系統ss1在進行最佳化求 解時無法收斂,因此在解析目標傳遞法運算的過程中,加入我們所提出的修正策略,並將 未拆解之整體系統(All-in-One, AIO)的最佳解作為比較基準,於執行解析目標傳遞法之拆解 系統的最佳值作一比較。此範利中,當子系統P21無法收斂時,其設計值在可行之設計空間 中,因此修正策略中,搜尋方向不需考慮拘束條件之梯度方向。

經過解析目標傳遞法的運算後,圖3.16為未加入修正策略前,經過100次的迭代次數後, 子系統之間資訊的狀態歷程圖,由圖可觀察到隨著計算迭代,由於子系統P<sub>21</sub>無法收斂的關 係,子系統間的資訊傳遞無趨近一致且達到收斂的趨勢,其中以響應變數x<sub>3</sub>最爲明顯,因此 我們針對無法收斂的子系統採用修正策略,修正後之子系統資訊狀態圖如圖3.17所示。



圖 3.16: 變形幾何規劃範例-修正前資訊流一致性狀態歷程圖

觀察修正後之子系統資訊狀態圖3.17可知,在整體設計流程中加入修正策略後,使子系統間的資訊傳遞有趨近一致且達到收斂的趨勢,爲了觀察未收斂子系統之目標函數值變化, 以圖3.18展示未收斂子系統之目標函數值變化,以及加入修正策略前後之目標函數值變化。

我們觀察未收斂子系統ss1之目標函數值,如圖3.18所示,當子系統進行最佳化求解無法 收斂時,其子系統目標函數值如圖中虛線所示,而加入修正策略後,其目標函數值明顯減少 如圖中實線所示,甚至趨近於零,表示子系統未收斂時得到的並非恰當且最佳之設計值。為 了驗證修正策略之正確性,表3.1列出分別包含未加入修正策略前、加入修正策略後以及未拆 解之整體系統的目標函數與設計變數於最佳點時的狀態。

觀察表3.1並比較目標函數值後可發現,在子系統無法收斂時,經由解析目標傳遞法獲 得的目標函數值較整體系統求解(AIO)後之目標函數值大,目標函數值相差7,因此當子系 統無法收斂時,會影響到解析目標傳遞法之最佳值,使設計者得到不恰當的最佳值。加入 修正策略後,使解析目標傳遞法之目標函數值接近未拆解前之目標函數值,其目標函數值 只相差0.26,有相當明顯的改善。另外,當子系統未加入修正策略前,其無法收斂之次數 為84次,而加入修正策略後,無法收斂之次數變為76次,因此我們推測修正策略可以改善無 法收斂發生之次數。

![](_page_63_Figure_3.jpeg)

圖 3.17: 變形幾何規劃範例-修正後資訊流一致性狀態歷程圖

![](_page_64_Figure_0.jpeg)

圖 3.19: 變形幾何規劃範例-未收斂子系統之目標函數於修正前後誤差示意圖

我們另外觀察上層子系統P<sub>11</sub>與下層子系統P<sub>21</sub>之間連結變數的誤差,即(x<sup>U</sup><sub>11</sub> - x<sup>L</sup><sub>11,ss1</sub>), 分別於迭代次數之前段、中段以及後段加入修正策略並進行探討,如圖3.19所示,縱座標為 誤差值,橫坐標爲解析目標傳遞法之迭代次數,觀察可得知,在解析目標傳遞法演算過程中 的各段加入修正策略可以明顯改善上層子系統P<sub>11</sub>與下層子系統P<sub>21</sub>之間連結變數的誤差。

	ATC(Divergent)	ATC(Modified)	AIO	
$x_1$	15.1	14.9	14.89	
$x_2$	2.17	2.04	2.08	
$x_3$	15	15 14.8		
$x_4$	0.76	0.76	0.76	
$x_5$	0.76	0.76	0.77	
$x_6$	1.8	1.6	1.7	
$x_7$	0.94	0.98	0.98	
$x_8$	14.8	14.8	14.8	
$x_9$	31.6	31.6	31.6	
$x_{10}$	0.43	1.19	1.39	
$x_{11}$	0.63	0.15	0.08	
$x_{12}$	0.84	0.84	0.84	
$x_{13}$	1.3	1.19	1.19	
$x_{14}$	0.99	0.85	0.86	
f	233	226.26	226	
Number of un-converged	81	76	N	
subsystem responses	04	10	TN	
ATC iteration	100	100	Ν	

表 3.1: 變形幾何規劃範例-結果比較表

在本章節中,我們藉由此數學範例,說明在子系統發生無法收斂狀況時,可經由修正策 略改善子系統之設計值,並且使整體系統之目標函數值變小,雖然改善很有限,但重點是子 系統未收斂後帶來的影響。本研究亦將此修正策略加入至實際工程範例中,我們將於下一章 節將詳細介紹本研究之整合型工程範例。

# 第四章 風力發電場配置與葉片設計

在上一章節中,我們演示一個數學範例作為本論文的設計流程範例並探討結果。但實際 上,工程師所面臨的工程設計問題遠比數學範例複雜得多,因此本章將演示一整合型風力發 電場設計範例,目的為整合風力發電場規劃與發電機葉片設計,同時展示上一章節提出之修 正策略的影響。

# 4.1 問題描述與系統簡介

整體風力發電的設計所涵蓋的領域相當廣泛,包含風力葉片設計、塔架設計、齒輪箱設 計、控制系統整合以及風場規劃等不同領域的研究。在風力發電場規劃方面,除了地理限制 上的考量外,尾流效應的影響也不可忽視,根據尾流模型,當風力發電機之間的距離越小, 下游風力發電機所受的風速越小,如此一來,將使整體發電效益下降。影響發電效益的因素 還包含葉片的外型,在設計葉片外型時必須考量到空氣動力學的特性,良好的空氣動力特性 能獲得較好的發電效益,同時確保葉片結構在此環境下不會發生破壞。綜合上述分析,此範 例將針對風力發電場及風力葉片進行設計,葉片設計包含結構強度分析以及空氣動力分析。

此範例為整合型風力發電場規劃與風力葉片設計最佳化問題,我們採用解析目標傳遞法 來對此複雜系統設計最佳化問題進行求解,因此我們須將整體系統拆解成多個子系統,透 過1.1章節的分析與文獻回顧的結果,我們發現在配置風力發電機時所考量的因素之間互相耦 合,根據相互連結之變數與分析軟體的不同,我們可以將整體系統拆解爲較小的子系統進行 求解。

此複雜性整合問題可被拆解為三層系統的設計問題,共含四個子系統,如圖4.1所示,第 一層為地理分析次系統,以風力發電機的位置以及半徑為設計變數,考量風力發電場尾流效 應與地理條件,決定風力發電機最佳配置問題,第二層系統決定風力發電機之葉片外形及半 徑,根據有限的成本決定風力發電機的種類,並達到所需的最小功率為拘束條件,目標函數 為降低與上下層系統間之傳遞資訊的一致性,第三層負責葉片之空氣動力學與結構力學問 題,在空氣動力學部分,將以葉片之攻角α為設計變數,最大的升、阻力係數比為最佳化目 標,獲得良好空氣動力學特性的葉片外型,其外型變數包含葉片裝置角與弦長,爲攻角的函 數;在結構分析方面,以葉片半徑與弦長爲設計變數,避免葉片結構發生破壞作爲拘束條

51

件,目標函數為降低與上層系統間的一致性為目標函數。

4.1.1

![](_page_67_Figure_1.jpeg)

本範例中的地理分析子系統採用Jensen所提出的一套簡易尾流模型 [22],假設有一風力 發電場區域與已知風速及風向如圖4.2,為了得到最大的發電效益,每台風力發電機可藉由偏 移裝置使旋轉面與風向垂直,為了避免風力發電機之間流場的干擾,風力發電機之間應保持 適當距離,風場擾流與距離的關係如式4.1,隨著風力發電機之間距離越近,下游風力發電機 之能量損失也越大。

我們以X-Y座標系統定義風力發電機之位置,並假設風為單一風向及風速,由圖4.2可 知,當我們獲得風向(θ)與風速(u<sub>0</sub>)資訊後,發現第二台風力發電機之所在位置(x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>),在上 游風力發電機之尾流效應影響範圍內,而第三台風力發電機不受尾流效應影響,因此我們可 藉由相關公式與計算,獲得各台風力發電機所受風速,其中u<sub>1</sub>為下游風機所受之風速,u<sub>0</sub>為 初始風速,r為上游風力發電機之葉片半徑,r<sub>2</sub>為下游受尾流效應影響之截距。

![](_page_68_Figure_0.jpeg)

$$u_1 = u_0 \left( 1 - \frac{2a}{1 + \beta(d/r_2)} \right)$$
(4.1)

$$r_2 = r \sqrt{\frac{1-a}{1-2a}}$$

風力發電機之間垂直距離d、環境影響因子β以及軸向感應因子a如式(4.2)、(4.3)及(4.4)所示。使用之參數值如表4.1所示。

$$d = |b_1 - b_2|\sin\theta \tag{4.2}$$

$$\beta = 0.5/\ln(\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{H}_0}) \tag{4.3}$$

$$a = \frac{1 - \sqrt{1 - C_T}}{2} \tag{4.4}$$

其中H為風力發電機之中心高度, $H_0$ 為地面粗糙度, $C_T$ 葉片之推力係數。

表 4.1: 地理分析次系統-參數表

	Turbines	β	Η	$\mathrm{H}_{\mathrm{0}}$	$u_0$	θ	$C_T$
value	3	0.0944	60	0.3	12	$135^{o}$	0.88

### 數學模型

在風力發電場環境中,由文獻可知,風力發電機輸出功率與所受風速大小之三次方成正 比,如式4.5,因此地理分析子系統之目標函數,爲各台風力發電機所受風速大小之3次方總 和,如式4.6,其中,N代表風力發電機數目。

$$p = \frac{1}{2}\rho A u^3 \tag{4.5}$$

$$\min_{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{r}} \sum_{i=1}^N u_i^3 \tag{4.6}$$

爲了確保風力發電機整體機組不會超過可架設區域以及適當的風力葉片半徑,必須針對 子系統設計變數加入適當拘束條件,主要分爲以下三種類型的拘束條件:

任意兩風力發電機之間距離。

在風力發電場中,由於風力葉片可經由偏移裝置旋轉至迎風面向,因此任意兩風力發 電機之間距離需大於兩風力發電機之半徑和,以確保風力葉片之間在偏移過程中不會 發生干涉。

• 風力發電機的葉片半徑。

由於此範例爲大型風力發電場範例,因此半徑必須在適當範圍內,在此定義 爲20~50公尺之間。

風力發電機位置與葉片半徑

由於風力發電機之範圍不可超過可架設區域,因此針對每台風力發電機之位置與葉片 半徑,如圖4.3所示,其中A1與A2之座標需在可架設區域R內,如式(4.7)。 A1:

$$x = x_A + r_A \cos(90 - \theta)$$
$$y = y_A + r_A \sin(90 - \theta)$$

![](_page_70_Figure_0.jpeg)

### 圖 4.3: 風力葉片範例:葉片俯視圖

 $A_2$ :

$$x = x_A - r_A \cos(90 - \theta)$$
$$y = y_A - r_A \sin(90 - \theta)$$

 $A_1, A_2 \in R$ (4.7)

因此在地理分析子系統的部分,我們以風力發電機之座標位置與葉片半徑為子系統設計 變數,以各風力發電機所受風速之三次方和為目標函數,以及上述之拘束條件,定義數學模 型如式(4.8)所示:

$$\min_{\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{r}} \sum_{i=1}^{N} u_i^3(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{r})$$
(4.8)

 $\mathbf{g}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{r}) \leq 0$ s.t.

其中,x,y代表風力發電機之座標位置,r代表風力發電機之半徑,g為上述提到,風力發電 機位置與葉片半徑之拘束條件。

#### 葉片外型次系統 4.1.2

在葉片外型次系統的部分,於地理分析子系統計算後之風力發電機,根據不同的地理位 置會有不同的半徑和不同的風速,經由葉片外型子系統分析,以葉片半徑與弦長為設計變 數,找出在有限成本内可滿足所需功率之葉片外型。由於風力葉片製作成本與葉片之體積成 正比,如式(4.10),我們以此公式近似風力葉片之體積,其中r為風力葉片之半徑,N代表風 力發電機數目, c為風力發電機各截面弦長之平均值,此範例取四個截面分別為c1、c2、c3以 及C4 °

$$\bar{c} = \frac{c_1 + c_2 + c_3 + c_4}{4} \tag{4.9}$$

$$\operatorname{Cost} \propto N r \bar{c}^2$$
 (4.10)

風力發電機功率計算如式(4.12),其中 $C_p$ 代表功率轉換係數,ho代表空氣密度,A代表葉 片掃過面積。

$$A = \pi r^2 \tag{4.11}$$

$$Power = \frac{1}{2}\rho A u^3 C_p N \tag{4.12}$$

### 數學模型

在葉片外型子系統之數學模型部分,以風力發電機葉片半徑及弦長為設計變數,目標函 數爲確保上下層系統之間各風力發電機葉片半徑及弦長的一致性,以有限成本與最低功率需 求作爲拘束條件,故子系統之數學模型如式4.13所示。

$$\min_{\mathbf{r},\mathbf{c}} \| \mathbf{w}^{U}(\mathbf{r} - \mathbf{r}^{U}) \|_{2}^{2} + \| \mathbf{w}^{L}(\mathbf{r} - \mathbf{r}^{L}) \|_{2}^{2} + \| \mathbf{w}^{L1} \circ (\mathbf{c} - \mathbf{c}^{L1}) \|_{2}^{2}$$

$$+ \| \mathbf{w}^{L2} \circ (\mathbf{c} - \mathbf{c}^{L2}) \|_{2}^{2} + \| \mathbf{w}^{L12} \circ (\mathbf{c}^{L1} - \mathbf{c}^{L2}) \|_{2}^{2}$$

$$\text{s.t. } \operatorname{Cost} \leq \operatorname{Cost}_{max}$$

$$\operatorname{Power} \geq \operatorname{Power}_{min}$$

$$(4.13)$$

此子系統的存在,使整體系統架構多了一層,雖然增加了解析目標傳遞法在進行最佳化 求解時的時間,卻可減少其他層子系統設計空間之複雜度,降低了子系統在進行最佳化求解 時發生無法收斂狀況之機率。

### 4.1.3 葉片空氣動力學次系統

在空氣動力學的部分,主要目的爲設計風力葉片之外型,包含弦長(chord)與旋轉 角(twist angle),藉由計算流體力學軟體模擬,得到最佳之升力、阻力係數比(*Cl/Cd*)。根據 文獻中詳細介紹之葉片外型設計流程如下所示 [21]:

- 首先根據所需之發電功率,決定風力發電機之葉片半徑r,此半徑r由上層系統決定, 此範例設定初始風速為12m/s。
- 2. 根據風力發電機用途,選擇適當的葉尖速比λ(Tip speed ratio),以發電為目的之風力發 電機,其葉尖速比介於4到10之間,在此範例中選擇葉尖速比λ=5。
3. 並可藉由表4.2, 選出適當之葉片數目B, 在此範例中選擇葉片數目3進行設計。

表 4.2: 葉尖速比與葉片數目建議表 [21]

λ	1	2	3	4	> 4
В	8-24	6-12	3-6	3-4	1-3

4. 選擇適當翼型,  $若\lambda > 3$ 則建議選擇較具空氣動力特性之翼型。在此範例中 選擇NACA4412之二維翼型剖面,如圖4.4所示,是根據美國國家航空諮詢委員 會(National Advisory Committee for Aeronautics, NACA)所規範之翼型剖面,此系 列是以四位數字來定義,其中第一位數字代表翼型剖面中心線(白色虛線)最大厚度發生 之縱座標比例值,即m之值;第二位數字代表翼型剖面最大厚度發生之橫坐標比例值, 即P之值,以十分之一爲單位,而後兩位數字則是代表翼型剖面之最大厚度比例值,以 百分之一爲單位。故此處的翼型參數爲: m=0.4, p=0.4,  $t_a = 0.12$ 。



圖 4.4: NACA4412翼剖面參數示意圖

5. 找尋此翼型剖面擁有最大升力阻力係數比之設計攻角α,故必須藉由計算流體力 學(Computational Fluid Dynamics, CFD)軟體,模擬出NACA4412翼型剖面在給定風速 下之升力(C<sub>l</sub>)與阻力係數(C<sub>d</sub>)。在此範例中,使用CFD軟體求解的步驟下所示:

## 步驟1. 建立流場幾何外型

首先利用現有之NACA4412翼型參數,來建立分析所需流場模型,在此用的流場模型為根據許多實驗及模擬,常被拿來模擬翼型流場的c型流場,如圖4.5所示,翼型前端半圓形部分約為弦長12.5倍長。

#### 步驟2. 建立網格元素

因考量到軟體相容性的問題,使用前處理器軟體Gambit建立網格,其中網格結構 如圖4.6所示,由圖可知越靠近翼型網格越密,如此一來可提高模擬之眞實度。



圖 4.6: NACA4412-Gambit網格示意圖

## 步驟3. 設定適當邊界條件

建立好網格後,必須給定適當的邊界條件,觀察圖4.5,AB、AF、DE與EF弧為流 場進入口,在此設定翼型之邊界爲牆,而BC邊與CD邊爲壓力出口。

## 步驟4. 匯入求解器計算

將設定好邊界條件的網格匯入求解器並設定物理模型,在本研究中,所使用的CFD軟體為Fluent6.3,Fluent是目前CFD軟體中最全面、適用性高及使用廣泛的軟體之一。在求解之前需先設定物理模型,設定條件如下:

(1.) 流場爲穩態,流場不隨時間變化。

- (2.) 流場視爲不可壓縮流(incompressible flow)。
- (3.) 流體爲空氣。
- (4.) 忽略化學反應,溫度變化和熱傳效果。
- (5.) 入口邊界條件其流場速度值不隨時間改變。
- (6.) 出口邊界條件其流場相對壓力爲零。

## 步驟4. 輸出計算後之結果

結果如圖4.7,其中升力係數約為1.80,阻力係數約為0.0069。但此值並非準確值,因為在Fluent計算中將許多物理條件及數學模型設為理想,加上流場模型不盡完善,因此計算出的係數值會有誤差存在,但在本研究中所要求係數為一相對比較之最佳值。

E FLUEN	IT [2d, dp, pbns	]					 X	
File Gri	d Define Sol	ve Adapt Su	rface Displa	ay Plot	t Report Parallel Help			
317	1.8015e+00	7.6068e-03	0:00:03	283			-	
318	1.8017e+00	7.5784e-03	0:00:03	282				
319	1.8019e+00	7.5511e-03	0:00:02	281				
iter	c1	cd	tine/	iter				
320	1.8020e+00	7.5240e-03	0:00:58	280				
321	1.8022e+00	7.4979e-03	0:00:46	279				
322	1.8024e+00	7.4721e-03	0:00:37	278				
323	1.8026e+00	7.4472e-03	0:00:29	277				
324	1.8027e+00	7.4227e-03	0:00:23	276				
325	1.8029e+00	7.3989e-03	0:00:19	275				
320	1.80310+00	7.37550-03	0:00:15	274				
327	1.80320+00	7.35280-03	0:00:12	2/3				
328	1.80340+00	7.33000-03	0.00.07	272				
329	1.88352788	7.30558-03	0.00.07	271				
iter	1.00070400	7.2070E-03	0.00.00	itor				
331	1.8839+88	7.2668e-83	8:08:05	269				
332	1.8848e+88	7.24668-83	8:68:64	268				
333	1.8042e+00	7.2268e-83	0:00:03	267				
334	1.8043e+00	7.2075e-03	0:00:02	266				
335	1.8045e+00	7.1885e-03	0:00:02	265				
336	1.8046e+00	7.1700e-03	0:00:54	264				
337	1.8047e+00	7.1519e-03	0:00:43	263				
338	1.8849e+08	7.1342e-03	0:00:35	262				
339	1.8050e+00	7.1174e-03	0:00:28	261				
340	1.8052e+00	7.0998e-03	0:00:22	260				
341	1.8053e+00	7.0826e-03	0:00:17	259				
iter	c1	cd	tine/	iter				
342	1.8054e+00	7.0664e-03	0:00:14	258				
343	1.80560+00	7.05060-03	0:00:11	257				
344	1.80570+00	7.03560-03	0:00:09	250				
345	1.80582+00	7.02000-03	0:00:07	255				
91.7	1.00570+00	4 00000-00	0.00.00	224				
347	1 88620+88	6 97450-03	0.00.04	250				
340	1.8863e+88	6 9682e-83	0.00.04	251				
350	1.8864e+88	6 9467e-83	0-00-02	25.0				
1 351	solution is	s converged	0.00.02	2.50			1	
351	1.8065e+00	6.9321e-03	0:00:52	249			1	1
								į

圖 4.7: NACA4412-Fluent輸出結果

 經由上述之流程,並在每一次透過CFD軟體模擬時,更改設計攻角α,其爲風速與翼型 剖面之夾角,如圖4.8所示,藉由更改可獲得不同之升力與阻力係數比。



圖 4.8: 風力發電機葉片截面圖

7. 最後將葉片分成4個截面,並根據文獻可求得最佳弦長與旋轉角如式(4.14)所示 [21],將 上一步驟所求得之升力係數(C<sub>l</sub>)與攻角(α)代入即可求得。在此範例中將葉片分成四個 等分,共有四個截面,其中λ<sub>r,i</sub>表示第i個截面之葉尖速度比,φ<sub>i</sub>爲風力葉片第i個截面 之旋轉平面與相對風速的最佳夾角,c<sub>i</sub>爲風力葉片第i個截面之最佳弦長,而θ<sub>i</sub>爲風力葉 片第i個截面之最佳扭轉角。

$$\lambda_{r,i} = \lambda \frac{r_i}{r_{total}} \tag{4.14a}$$

$$\phi_i = \frac{2}{3} \tan^{-1}(\frac{1}{\lambda_{r,i}})$$
(4.14b)

$$c_{i} = \frac{8\pi r_{i}}{3C_{l}} (1 - \cos \phi_{i})$$
(4.14c)

$$\theta_i = \phi_i - \alpha, \qquad i = 1, 2, 3, 4$$
(4.14d)

## 數學模型

爲了能反映出葉片在眞實條件下所受升力與阻力情況,我們利用CFD軟體模擬出葉片經由風能產生的升力與阻力狀況。升力、阻力係數比代表所受到升力的影響程度,比值越 大代表所受升力越大而阻力越小,因此我們將以升力、阻力係數比做爲空氣動力學子系統的目標函數,由於升力與阻力係數爲攻角的函數,我們以攻角α爲設計變數,本範例選 擇NACA4412作為翼型截面,空氣動力學子系統之數學模型如式(4.15)所示。

$$\min_{\alpha} - \frac{C_l(\alpha)}{C_d(\alpha)}$$
s.t.  $0 \le \alpha \le 20$ 
(4.15)

Geometry = NACA4412 Airfoil

## 批次處理(Batch Mode)

在進行最佳化設計時將會使用到CFD模擬軟體,然而使用這些軟體必須進入軟體中的使 用者介面(GUI)進行設定,這對在進行最佳化設計的過程中是一件相當麻煩的事情,因爲在 最佳化過程中必須使用到模擬程式計算後的值,而這些值必須由設計者進入模擬程式中取 得,而非電腦自行處理,因此需要守候在電腦前等候下一步指示。

幸運的是,在這些模擬程式的背後通常存在批次處理指令(Batch Mode),這個指令可以 不用藉由GUI來執行程式,而是藉由指令來下達所需功能,如此一來,在採用解析目標傳遞 法進行最佳化求解過程中,便可完全交由電腦設定執行。在Batch Mode中包含輸入檔、執行 指令以及輸出檔三部分,如圖4.9所示,這樣便可輕易把所需模擬程式的功能加入最佳化程式 中。



圖 4.9: Batch Mode最佳化流程圖

## 4.1.4 葉片結構力學次系統

在葉片結構力學子系統的部分,葉片之材料結構實際上極為複雜,在現今研究中,葉片 結構多以複合材料為主,在分析上需要模擬軟體的幫助,由於在此系統中主要目的為展示 葉片結構在不發生破壞之狀況下,能有較好之空氣動力特性葉片外型,因此簡化了複雜的 結構分析方法,在此範例中假設截面為圓形,並且將葉片分成四段。葉片截面受力分析如 圖4.10所示其中L代表升力,D代表阻力,進一步計算可得垂直軸方向的分力F<sub>N</sub>及水平軸方 向的分力F<sub>T</sub>。風速相對之強度可由蒲福風級表4.3得知,本範例中初始風速為12m/s。

級數	名稱	風速	陸地情形
0	無風	0 - 0.2	靜,煙直上
1	軟風	0.3 - 1.5	炊煙可表示風向,風標不動
2	輕風	1.6 - 3.3	樹葉有聲, 普通風標轉動
3	微風	3.4 - 5.4	樹葉及小枝搖動,旌旗昭展
4	和風	5.5 - 7.9	塵沙飛揚,紙片飛舞,小樹幹搖動
5	清風	8.0 - 10.7	小樹搖擺,內陸水面有小波
6	強風	10.8 - 13.8	大樹枝搖動,舉傘困難
7	疾風	13.9 - 17.1	全樹搖動,迎風步行有阻力
8	大風	17.2 - 20.7	小枝吹折,逆風前進困難
9	烈風	20.8 - 24.4	煙突屋瓦等將被吹損
10	暴風	24.5 - 28.4	陸上不常見,見則拔樹倒屋或有其他損毀
11	狂風	28.5 - 32.6	陸上絕少,有則必有重大災害
12	颶風	32.7 - 36.9	陸上絕少,有則必有重大災害

表 4.3: 蒲福風級表 [1]

根據文獻 [21],升力與阻力之計算公式如下:

$$L = \frac{1}{2}\rho \cdot u^2 \cdot c \cdot C_l$$

$$D = \frac{1}{2}\rho \cdot u^2 \cdot c \cdot C_d$$



圖 4.10: 葉片受力分析圖

垂直軸、水平軸方向上分力 $F_N$ 、 $F_T$ 為:  $F_N = Lcos\phi + Dsin\phi$  $F_T = Lsin\phi - Dcos\phi$ 

在此範例中將風力葉片分成四段,如圖4.11所示,假設其截面爲圓形,則慣性矩 $I_i$ 、剛 性 $K_i$ 、變形量 $\delta_i$ 以及承受應力 $\sigma_i$ ,可由以下方程式求得:



圖 4.11: 葉片分段示意圖

$$I_i = \frac{\pi}{64}c_i^4, \quad K_i = \frac{3EI}{r_i^3}$$

$$\delta_i = \frac{F_N}{K_i}, \quad \sigma_i = \frac{32Rr_i}{\pi c_i^3} \quad i = 1, 2, 3, 4$$

## 數學模型

在葉片結構力學子系統中,目標函數為維持與上層子系統之間傳遞資訊一致性,以風力 葉片半徑及弦長為設計變數,同時葉片之承受應力與形變須在允許應力及允許形變內。此系 統之數學模型如式(4.16),由於根部所受合力較大,為了確保越靠近根部其弦長越大,多加 了一條拘束條件於最後一列。其餘詳細參數如表4.4所示。



## 4.1.5 子系統整合與最佳化模型

本範例為整合風力發電場規劃與葉片設計之整合型範例,將整體系統分為三層,第一層 系統為地理分析子系統,第二層為葉片外型子系統,第三層則為工程類型的子系統,即為空 氣動力學系統與結構力學系統兩部分。

增加第二層子系統的好處為簡化其他層子系統設計空間之複雜度,降低子系統發生無法 收斂狀況之機率,也可供設計者加入不同種類之風力發電機,本研究只針對水平軸式風力發 電機進行研究。

根據解析目標傳遞法,每個子系統之間透過共有之資訊作一連結,達成傳遞交換的目的 進而完成整體系統最佳化。本範例共有三層系統,爲了完成整體系統設計,在各系統的求解 過程中,必須設定子系統間傳遞之資訊,如圖4.12所示。上下層之間的連結如以下說明:



圖 4.12: 資訊傳遞示意圖

地理分析子系統與葉片外型子系統
 兩個子系統以葉片半徑作為連結,地理分析子系統將分析後風場中各位置之葉片半徑,傳遞給葉片外型系統。

## • 葉片外型子系統與空氣動力學系統

由於空氣動力學系統主要設計葉片之外型,包含弦長與旋轉角,找到最佳的升力、阻 力係數比,葉片外型子系統是利用葉片半徑與弦長作爲設計變數,因此空氣動力學系 統與葉片外型子系統之間,我們以葉片弦長作爲連結變數,旋轉角則爲區域變數。

## • 葉片外型子系統與結構力學系統

結構力學系統以葉片半徑與弦長作爲設計變數,避免葉片發生破壞,因此與葉片外型 子系統之間以半徑及弦長作爲連結。

除了上下層之間相連的變數,第三層系統之間亦有互相連結之變數:

## • 空氣動力學系統與結構力學系統

空氣動力學系統中有利用葉片弦長作爲設計變數,與結構力學其中之一設計變數相同,因此兩系統間利用葉片弦長作爲連結。

根據解析目標傳遞法的變數定義,上下層系統間之相連變數爲響應變數(response variables),只存在子系統內之設計變數爲區域變數(local variables),而在第三層系統間之相 連變數爲連結變數(linking variables)。

## 4.2 固定風力發電機數目之最佳規劃

建立好各子系統模型後,我們分兩部分進行最佳化求解,分別為固定風力發電機數目與 未定風力發電機數目,首先我們先固定五台風力發電機進行設計,觀察最佳化後風力發電場 之配置結果,同時設計風力葉片之外型。

首先,本範例中假設可架設區域爲圓形,其半徑爲1000公尺,風速爲12m/s由西北方 吹入(與x軸夾角135<sup>0</sup>),在此區域內放置5台風力發電機,最低功率需求爲15MW,並與不 同風力發電機擺設位置作比較。在解析目標傳遞法中,我們設定資訊流一致性的容許誤差 爲10<sup>-4</sup>。

在此範例中,當我們使用解析目標傳遞法將整體系統拆解成較小子系統,進行最佳化求 解時,在空氣動力學子系統部分,由於我們使用SQP演算法,是一利用梯度方向作爲搜尋方 向之演算法,然而我們無法從模擬軟體中獲得梯度方向資訊,導致空氣動力學系統在進行最 佳化過程中,演算法於第二次迭代計算時即停止,此時獲得之設計值並非最佳值且不恰當, 因此我們針對此系統進行提出本論文之修正策略。

原本在空氣動力學系統中以攻角 $\alpha$ 爲設計變數,我們藉由有限差分法,如式4.17,找出 目標函數梯度方向,其中 $\Delta \alpha$ 爲設計變數變化量, $\kappa$ 爲步長。

$$\nabla f = \frac{df}{d\alpha} = \frac{f(\alpha + \Delta\alpha) - f(\alpha)}{\Delta\alpha}$$
(4.17)

$$\alpha^* = \alpha - \kappa \times \nabla f$$

以κ步長爲新的設計變數,希望找出最佳步長並獲得較佳之升力、阻力係數比,如 式(4.18),利用此最佳步長更新設計值,將更新後的設計值作爲空氣動力學系統的回傳值, 回傳給上層子系統。

$$\min_{\kappa} - \frac{C_l(\alpha^*)}{C_d(\alpha^*)}$$
s.t.  $10 \le \alpha^* \le 20$ 
Geometry = NACA4412
$$(4.18)$$

在每次完成空氣動力學子系統產生不恰當設計值時,修正策略便會執行,修正後結果如 表4.5所示,由表4.5觀察得知,最佳步長隨著攻角的變化量不同而改變,當 $\Delta \alpha = 0.01$ 時,最 佳步長 $\kappa = 0.0907$ ,而當 $\Delta \alpha = 0.1$ 時,最佳步長 $\kappa = 0.9025$ ,因此嘗試不同的 $\Delta \alpha$ 值也有可能 得到比現有之設計值更好的結果。由表可知在空氣動力學子系統部分,採用修正策略後之升 力、阻力係數比,明顯較原本之目標函數量值高,也間接影響了風力葉片旋轉角( $\theta$ )的大小。

	α	ĸ	Blade radius(m)	$c_1$	$c_2$	$C_3$	$c_4$	u(m/s)	$C_l/C_d$
			$r_1 = 50.00$	5.46	3.51	2.48	1.9	12	216.2
			$r_2 = 46.56$	5.08	3.27	2.31	1.77	12	
			$r_3 = 43.77$	4.78	3.07	2.17	1.66	12	
No modify	12		$r_4 = 10.80$	1.18	0.76	0.54	0.41	7.5	
			$r_5 = 5.48$	5.62	3.61	2.55	0.36	12	
				$ heta_1$	$\theta_2$	$ heta_3$	$ heta_4$		
		1	至(/))	13.77	2.53	-2.04	-4.46		
With modify			OIL L	1	1				
		1	$r_1 = 41.30$	4.49	2.89	2.04	1.56	12	249.5
			$r_2 = 41.30$	4.49	2.89	2.04	1.56	12	
			$r_3 = 37.68$	4.09	2.63	1.86	1.42	12	
$\Delta \alpha = 0.01$	12.0907	0.0907	$r_4 = 34.00$	3.69	2.38	1.68	1.28	12	
			$r_5 = 33.63$	3.65	2.35	1.66	1.27	12	
				$ heta_1$	$\theta_2$	$ heta_3$	$ heta_4$		
				12.68	2.44	-2.13	-4.55		
			$r_1 = 50.00$	5.77	3.71	2.62	2.00	12	260.6
			$r_2 = 44.60$	5.14	3.31	2.33	1.79	12	
			$r_3 = 22.58$	2.60	1.68	1.18	0.90	12	
$\Delta \alpha = 0.1$	11.0975	0.9025	$r_4 = 8.08$	0.93	0.60	0.42	0.32	12	
			$r_5 = 5.67$	0.65	0.42	0.30	0.23	12	
				$ heta_1$	$\theta_2$	$ heta_3$	$ heta_4$		
				14.67	3.44	-1.14	-3.56		

表 4.5: 空氣動力學系統結果比較表

在風力發電機葉片外型部分,共有四個截面,利用五組設計點配合四次貝茲曲線(Bézier curve)方程式建造出整體葉片外型。四次貝茲曲線是由五組控制點 $P_0$ 、 $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 以及 $P_4$ 所建立出來,其對應風力發電機葉片的設計點如圖4.13所示,而貝茲曲線上各點B(t)可由方程式(4.19)計算出來,其中n = 4。

$$\mathbf{B}(t) = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} \mathbf{P}_{i} (1-t)^{n-i} t^{i}, \quad t \in [0,1]$$
(4.19)



圖 4.13: 風力發電機葉片各控制點示意圖



圖 4.14: 風力發電機葉片-貝茲曲線圖

完成風力發電機葉片外型設計後,我們從風力葉片的側視圖觀察其旋轉角θ的變化,四 個截面的旋轉角如圖4.15所示。



圖 4.15: 風力發電機葉片-旋轉角示意圖

接下來我們觀察此範例在經過最佳化設計後,風力發電機的配置情形。圖4.16、4.17以 及4.18分別爲三種情況下之風力發電機最佳配置結果,由圖可明顯看出風向由西北方吹入, 唯一不同的是,空氣動力學系統的未收斂狀況,對整體風力發電場規畫並無太大影響。



圖 4.16: 風力發電機配置圖- $\alpha = 0.1$ 



圖 4.17: 風力發電機配置圖- $\alpha = 0.01$ 



圖 4.18: 風力發電機配置圖- $\alpha = 0$ 

我們另外針對不同風力發電機位置擺設與兩種不同區域限制進行探討,並與最佳配置作 比較,在此假設初始風速為12m/s,由西北方吹入,依不同之風力發電機位置擺設結果討論 如下:

• 邊界放置

在此擺設情況下,風力發電機配置如圖4.19所示,風力發電機之間彼此沒有尾流效 應的干擾,因此各風力發電機所受風速維持不變,如表4.6,然而此種擺設之先決條件 必須找到合乎的地形,且在擺設上較受拘束。



圖 4.19: 風力發電機邊界放置示意圖

表 4.6: 邊界放置-各風力發電機風速表

$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	unit
12	12	12	12	12	m/s

## • 直線放置

在此情形下,風力發電機之間會產生嚴重尾流效應,上游風力發電機產生之尾流 效應使下游風力發電機所受風速減小,且漸漸遞減,如表4.7所示。此情形下可說是最 差情況,風速遞減速度變快,最後一台之風速僅剩2.77m/s,幾乎無法達到啓動風速使 風力葉片轉動。



圖 4.20: 風力發電機直線放置示意圖

表 4.7: 直線放置-各風力發電機風速表

$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	unit
12	8.31	5.76	3.99	2.77	m/s

## • 交錯放置

此情形下雖然風機間距離變小,不過風力發電機彼此並無尾流效應之影響,因此各風力發電機所受風速不變,但僅止於此風向上,當風向改變為北風時,則第三台與



## • 最佳配置

圖4.22為經由演算法獲得之配置圖,由圖可明顯看出風向爲西北向,在此排列下風 力發電機不用擔心互相有尾流效應的問題,但僅止於此風向上,若風向改爲東北向, 則會有嚴重的尾流效應發生。

• 不同區域限制(1)

我們另外針對不同區域限制,探討經由最佳配置後之風力發電機位置。我們將Camelback函數之變數同除1000,使其設計空間變大,原Camelback函數如式(4.20)所示。最佳配置後的結果如圖4.23所示,由圖可看出風向爲西北風,且在此配置下不會發 生尾流效應,各風力發電機之風速維持初始風速。

$$g(x,y) = -0.1 + \left(4 - 2.1x^2 + \frac{x^4}{3}\right)x^2 + xy + (-4 + 4y^2)y^2 \le 0$$
(4.20)



圖 4.23: 不同區域限制放置-風力發電機最佳配置圖

表 4.9: 不同區域限制放置-各風力發電機風速表

$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	unit
12	12	12	12	12	m/s

## • 不同區域限制(2)

我們另外測試不同的區域限制,亦由Camelback函數變形,其區域與最佳配置如圖4.24所示,各風力發電機無尾流效應影響,所受風速如表4.9。



## 4.3 未定風力發電機數目之最佳規劃

在先前的範例中,我們只固定五台風力發電機進行設計,然而整體風力發電設計時應該 將風力發電機之數目納為設計變數,並考慮到土地成本問題,不同的風力發電機數目會有不 同的土地成本,由於不同的風力發電機亦會有不同的風力葉片半徑,因此土地成本並不會與 風力發電機數目成正比,與風力發電機之葉片半徑有關。在此範例中假設風力發電機所佔土 地面積與葉片半徑平方成正比,因此以各風力發電機之葉片半徑平方和作為目標函數,如 式(4.21),其中r為葉片半徑,N為風力發電機數目,希望在最低功率需求下,風力發電機之 數目與風力葉片之半徑,可使土地使用成本最低。

Land cost = 
$$\sum_{i=1}^{N} r_i^2$$
(4.21)

由於整體風場之設計變數個數隨著風力發電機數目而改變,當風力發電機數目越大,則各系統的設計維度也會越大,因此本研究將整體設計流程拆解成兩個迴圈,分別為內迴圈與外迴圈。在內迴圈的部分,為原本解析目標傳遞法之系統架構,給定風力發電機之台數後,可求 得滿足所需功率下,各風力發電機之葉片半徑,同時包含擁有良好空氣動力特性之葉片弦長 與旋轉角。在外迴圈的部分,以風力發電機數目為設計變數,藉由內迴圈計算獲得之風力發 電機葉片半徑,可計算出與土地成本相關之函數,並以此函數為外迴圈之目標函數,經由上 述介紹,整體設計流程如圖4.25所示。

在外迴圈所使用的演算法為DIRECT,由於風力發電機數目屬於不連續的設計變 數,DIRECT演算法可以解決設計變數連續或不連續的問題。DIRECT是不需要梯度計算而 且可以找到全域最佳值的演算法,首先會在設計空間的中央計算,把設計空間割成較小的矩 形(Rectangles),再計算矩形中央的值,因此這類演算法才命名為DIvided RECTangles。



圖 4.25: 風場規劃與葉片設計範例-整體設計流程示意圖

此範例中,設定內迴圈解析目標傳遞法之資訊流一致性的容許誤差爲10<sup>-4</sup>,風力發電機 之數目介於2~10之間,最低功率需求爲18MW。風力發電場規劃與葉片設計其最佳值以及 設計變數可由表4.10得知,各風力發電機位置如圖4.26所示。



經由運算後得到之最佳風力發電機數目爲六台,各風力發電機半徑以及所受風速如下表 所示:

表 4.10: 風力發電場規劃與葉片設計範例-各項數值表

Blade radius(m)	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	u(m/s)	Land cost
$r_1 = 32.40$	3.74	2.40	1.70	1.30	12	$5.41 \times 10^3$
$r_2 = 32.40$	3.74	2.40	1.70	1.30	12	
$r_3 = 32.40$	3.74	2.40	1.70	1.30	12	
$r_4 = 32.40$	3.74	2.40	1.70	1.30	12	
$r_5 = 32.40$	3.74	2.40	1.70	1.30	12	
$r_6 = 30.43$	3.51	2.26	1.59	1.22	12	
	$ heta_1$	$\theta_2$	$ heta_3$	$ heta_4$		
	13.77	2.53	-2.04	-4.46		

## 4.4 結果與討論

本章節包含兩部分,首先利用固定之風力發電機數目展示最佳配置後結果,以及藉由貝 茲曲線近似風力葉片之外型,也利用提出之修正策略修正子系統未收斂之狀況,改善了空氣 動力學性能,增加了升力、阻力係數比。將最佳配置後之結果與不同擺設及不同區域限制情 形進行探討,雖然最佳配置後之擺設可以有最大輸出功率,但僅在此風向上,目前還無法找 到一特定擺設,可使風力發電機在各種風向皆會有最大輸出功率。

接著對未定之風力發電機數目進行最佳化求解,在解析目標傳遞法部分沒有作任何改變,由於原解析目標傳遞法中之設計變數會隨著風力發電機數目增加,因此我們增加了一外 迴圈,針對風力發電機數目進行最佳化求解,展示在一固定區域內,且滿足功率需求下有最 低之土地成本。此方法的缺點是耗費之時間成本相當龐大,由於本身解析目標法要達到收斂 條件已經需要一段時間,若再加上外迴圈演算法的收斂條件,會嚴重增加整體之運算時間以 及計算成本。於下一章節我們將與實際風力發電場案例作比較並探討經由最佳配置後之結 果。



# 第五章 台灣實際風力發電場案例

本章節中,將展示一台灣實際風力發電場,其位於台中市大安鄉,如圖5.1所示,並與提 出之風力發電場規劃作比較。此計畫案由德國英華威有限公司(Infra Vest GmbH)負責整體規 劃及發包興建,在此計畫中,擬設置23座單機容量為1.5~3MW之風力發電機,風力發電機 之間距離約為五倍風力葉片直徑。



圖 5.1: 台中市風場規劃配置圖

本研究將右上角的十台風力發電機拿出來作比較,如圖5.2,根據地圖上的比例關係,推 估此部分全長約4.2Km。



直線擺設

由於台灣盛行東北與西南季風,因此本研究探討東北風對其擺設之影響,並與提 出之最佳配置作比較,在此假設風力發電機之葉片半徑皆相同,且擺設同樣為一直 線。各風力發電機風速比較如表5.1所示,由表可知經由最佳配置後之輸出功率,比原 本實際配置之輸出功率多了將近1MW,因此在最差情況下之風力發電機擺設也不可忽 略其重要性。圖5.3分別為實際風力發電機位置圖與經由最佳化後之配置圖。

最佳配置後之結果如圖5.3所示,其中"o"符號為最佳配置後風力發電機之位 置,"x"符號為原本實際風力發電位置,觀察圖可知,經由最佳配置後,風力發電機之 間距離由北向南遞減,由於越靠近下游之風力發電機所受風速極小,再加上輸出功率 與風速之三次方成正比,因此盡量減少上游風力發電機受尾流效應之影響,可以增加 整體發電效益。由於此範例假設風向為北風,此為最差風向,輸出功率會相對較其他 風向少。

表 5.1: 台中市風力發電場規劃-結果比較表

	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$r_5$	$r_6$	$r_7$	$r_8$	$r_9$	$r_{10}$	Land cost
Blade radius(m)	42.4	41	40.3	40.1	40.1	40.1	40.1	40.1	40.1	40.1	$1.6 \times 10^4$
	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	$u_6$	$u_7$	$u_8$	$u_9$	$u_{10}$	$\operatorname{Power}(W)$
Original wind speed(m/s)	12	8.98	5.05	3.64	2.06	1.16	0.82	0.44	0.22	0.13	$8.17 \times 10^6$
After optimization	12	9.03	5.66	3.49	2.10	1.29	0.81	0.49	0.29	0.15	$9.09 \times 10^6$
2000				0	×						
1500 -											
1000 -				0	×						
500 -				0	×						
				~							
Y 0				č	×						
-500 —				0	×						
				0	×						
-1000 —				0							
-1500 —				0	×						
				0	×						
		<u> </u>		φ	<u>*</u>	I	1		<u> </u>	] 10/	1
-100 -00 -00	-40	-20		X	20	40	,	00	00	10	<i>.</i>

圖 5.3: 台中市風力發電機最佳配置比較圖

表 5.2: 風力發電機之間距離比較表

	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	$d_6$	$d_7$	$d_8$	$d_9$
Original placement(m)	1000	300	800	300	300	700	250	200	350
Optimal placement(m)	1027	454	420	383	405	463	369	361	244

## • 最佳配置-固定風力發電機數目

另外若擺設不拘束為一直線,此情況亦假設風力發電機有十台,最佳配置後之結 果如圖5.4所示,觀察圖可知在配置時可考量變為雙排,但必須在地形拘束許可下,因 此實際案例或許因為地形上的限制,使風力發電機只能擺設成一直線。各風力發電機 所受風速如表5.3所示,其中總輸出功率比實際配置多了7MW,土地成本也較低,由此 可知相對實際之風力發電場配置,還有許多待改善之地方。



圖 5.4: 十台風力發電機之最佳配置圖

表 5.3: 十台風力發電機各項數值表

	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$r_5$	$r_6$	$r_7$	$r_8$	$r_9$	$r_{10}$	Land cost
Blade radius(m)	33.6	33.6	33.6	29.3	25.8	27.2	24.8	23.4	24.0	20.5	$7.8 \times 10^{3}$
	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	$u_6$	$u_7$	$u_8$	$u_9$	$u_{10}$	Power(W)
Original wind speed(m/s)	12	8.98	5.05	3.64	2.06	1.16	0.82	0.44	0.22	0.13	$8.17 \times 10^6$
After Optimization	12	12	9.5	9.2	7.2	7.1	5.65	5.63	4.0	3.9	$1.50  imes 10^7$

## • 最佳配置-未定風力發電機數目

在此重新對風力發電場進行設計,探討需要幾部風力發電機以及相對應之風力葉 片半徑,可達到與實際風場相同之輸出功率,且可得到較少之土地成本,此範例中風 力發電機介於2~10之間,經由計算之實際風力發電廠輸出功率約為9MW。

最佳配置結果之風力發電機數目為三台,其位置如圖5.5,在此配置下各風力發電 機不會受尾流效應之影響,因此風力發電機所受風速皆為初始風速,最佳配置之各項 數值如表5.4所示,由表可知,只需用三台風力發電機即可達到所需之輸出功率,也較 實際案例減少許多土地成本。



圖 5.5: 三台風力發電機之最佳配置圖

	$r_1$	$r_2$	$r_3$	Land cost
Blade radius(m)	36.17	30.54	36.17	$3.5 \times 10^{3}$
	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$\operatorname{Power}(W)$
wind speed of turbines(m/s)	12	12	12	$1.18  imes 10^7$

表 5.4: 三台風力發電機各項數值表

我們另外展示五台風力發電機之最佳配置,其結果如圖5.6所示,各項風力發電機 數值如表5.5所示,由表可知在達到最低功率需求下,五台風力發電機所使用之土地成 本較三台之成本高。



表 5.5: 五台風力發電機各項數值表

	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$r_5$	Land cost
Blade radius(m)	31.5	31.0	26.9	26.7	24.95	$4.0 \times 10^{3}$
	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	$\operatorname{Power}(W)$
Optimal wind speed(m/s)	12	12	12	8.15	7.8	$1.02 \times 10^7$

## 結果與討論

本章節首先透過與台中市大安鄉風力發電場相同之擺設下進行最佳配置,並與實際風力 發電場比較,發現同為直線擺設下依然有改善空間,可增加輸出功率。 接著拋開拘束於單一直線之擺設,探討不同擺設情況下之輸出功率,發現透過最佳配置 後之風力發電場能有更好之輸出功率與較少之土地使用成本。

最後本研究進行整體風力發電場設計,探討在相同之最低輸出功率下,幾台風力發電機 之配置能有較低之土地使用成本,在此範例中最後得到之最佳風力發電機數目為三台,其土 地使用成本較其他風力發電機數目之成本高,也較實際風力發電場案例高,或許實際風力發 電場可配置區域有所限制,導致其在擺設上較不自由,但我們也展示了同樣為直線擺設之情 況,我們提出之最佳配置能有較好的輸出功率。

根據本章節之探討與比較,以我國台中市爲例的風力發電機最佳配置有以下發現:

- 台中市實際風力發電場案例,在直線擺設下仍有許多改善空間,經由本論文之最佳配置後,輸出功率可多出約1MW。
- 在風力發電機數目固定下,可考慮不同之擺設方式,若放寬拘束條件,風力發電機之 擺設將不拘束於直線擺設,經由最佳配置後,不僅可以增加輸出功率,也可減少土地 上的使用成本。
- 在風力發電機數目未定下,達到與實際風力發電場相同之輸出功率,可以有不同的風 力發電機數目與葉片半徑選擇,透過我們提出之最佳配置,可以得到最佳之風力發電 機數目與相對應之風力發電機半徑,在此配置下,土地使用成本亦比實際風力發電場 低。

# 第 六 章 研究貢獻與未來方向

在本論文中,整合風力發電場規劃與風力葉片設計,在風力發電場規劃中,除了考量地 理上的限制外,亦考量尾流效應對風力發電機輸出功率的影響;在風力葉片的部分,針對葉 片之空氣動力特性以及結構強度進行設計,確保葉片在不發生破壞情形下有良好的空氣動力 特性。對於此複雜系統設計問題,本研究應用解析目標傳遞法於此整合型範例中,針對子系 統無法收斂之狀況提出修正策略,使子系統發生無法收斂情況,而得到不恰當設計值時,可 經由修正策略更新設計值,並獲得一組恰當且較佳之設計值。

## 6.1 研究貢獻

本論文之研究貢獻,主要可以分為下列四點:

## 1. 整合風力發電場規劃與風力發電機葉片設計

根據文獻回顧,過去文獻中鮮少研究整合風力發電場規劃與葉片設計,我們演示一結 合風力發電場規劃與工程之多領域工程系統設計範例,考量風力發電場之尾流效應, 並配合空氣動力學及葉片結構強度等工程設計。

#### 2. 應用解析目標傳遞法於整合型風力發電範例

利用目前常用來處理複雜系統設計問題之設計方法-解析目標傳遞法,利用其拆解方式,對提出之整合型風力發電範例進行求解,將整體系統拆解成四個較容易運算之子 系統,子系統之間透過資訊傳遞並維持一致性,最後近似整體系統的最佳值。

#### 3. 提出一套改善子系統無法收斂狀況之新策略

經由拆解後之子系統,由於設計空間太過複雜或演算法本身之因素,使子系統無法收 斂而得到不恰當之設計值,此時我們針對此子系統進行修正,透過其目標函數與拘束 條件梯度方向,找到一最佳步長並利用此步長更新設計值後,可得到較佳之設計值。

## 4. 整合修正策略至解析目標傳遞法中

將提出之修正策略整合至解析目標傳遞法中,在整體設計流程中加入新策略,利用數 學範例與整合型風力發電廠範例展示修正後之結果。

## 6.2 未來研究方向與建議

本論文雖然整合風力發電場規劃與風力葉片設計,並應用解析目標傳遞法進行求解,但 實際上仍有許多因素未考量,且有許多待改進的地方:

## • 子系統無法收斂狀況之修正

在本論文中提到兩種子系統未收斂狀況,分別爲設計值於可行解與非可行解空間中, 我們展示了其中一種未收斂狀況之數學範例,其設計值落在可行解空間,然而另一種 無法收斂狀況,即設計值落在非可行空間,我們很難找到一適當之數學範例來演示修 正策略之實用以及可行性,因此在此部分仍需更多範例測試其可行性。

## • 風力發電廠相關資金之花費

在整體風力發電場規劃與葉片設計範例中,應考量更多資金成本,如整座風力發電機 建造、配電控制系統、維修以及維護等成本,如此一來,才能完整表示整體風力發電 場所需花費。在本論文中,考量的土地成本函數與葉片半徑之平方成正比,無一確定 性之模型可以描述整體資金風力發電廠的土地成本,在土地成本方面還需要更多相關 資訊。

#### • 風力發電機整體設計之考量

在本論文之風力發電場範例中,於風力發電機葉片設計部分,現今多以複合材料作為 葉片之結構,因此在結構分析上,應利用模擬軟體分析其結構強度,減少與實際情況 之誤差;於整體風力發電機設計部分,應多考量其他零件之設計整合,包含塔架、齒 輪箱、發電機等零件設計,並探討零件之間之耦合關係。

• 混和式發電轉換設計之結合

現今利用更永續之方式漸漸成爲趨勢,在風力微弱時,如何以其他再生能源代替發電 彌補電力的不足,以及如何有效地利用各種再生能源發電,滿足所需電力,成爲重要 的課題之一。

• 不確定因素之考量

在本論文風力發電範例中,風速以及風向其實爲環境之不確定因素,這些不確定因 素,都會對原本設計造成影響,爲了使整體設計之環境條件更接近眞實狀況,應參考 並匯入歷年來當地之風速以及風向資料,其他還包括人爲因素、材料的機械性質以及 老化速度等不確定因素。

# 參考文獻

- [1] 台灣颱風資訊中心, "Taiwan typhoon information center," http://typhoon.ws/, 2004.
- [2] 行政院國科會, "ienergy節能減碳教育網," http://phsu.ie.ntnu.edu.tw/ienergy/e3, 2012.
- [3] 林均諭,「整合風力發電機與齒輪箱之構型設計」,成功大學機械工程學系,碩士論文, 2008.
- [4] 蔡勝任,「考慮不確定因素的風力能發電之多目標最佳電力潮流」,雲林科技大學電機 工程系,碩士論文,2009.
- [5] 吳文翔, 「複材風力發電葉片設計與分析」, 成功大學航空太空工程學系,碩士論文, 2010.
- [6] 王泰元,「利用grasp解決風力發電場最佳風機配置問題」,暨南國際大學資訊管理學系,碩士論文,2011.
- [7] J. Allison, M. Kokkolaras, and P. Papalambros, "On the impact of coupling strength on complex system optimization for single-level formulations," in Proceedings of the 2005 ASME International Design Engineering Technical Conferences, 2(6),265–275, 2005.
- [8] S. Alyaqout, P. Papalambros, and A. Ulsoy, "Quantification and use of system coupling in decomposed design optimization problems," in Proceedings of the 2005 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, November 5-11, 2005.
- [9] Ernesto Benini and Andrea Toffolo, "Optimal design of horizontal-axis wind turbines using blade-element theory and evolutionary computation," *Journal of Solar Energy Engineer*ing, 124,357–363, 2002.
- [10] Martin Bilbao and Enrique Alba, "Simulated annealing for optimization of wind farm annual profit," *Logistics and Industrial Informatics*, 1–5, 2009.
- [11] R. Braun., "Collaborative optimization: Am architecture for large-scale distributed design," PhD thesis, Stanford University, 1996.

- [12] Edgardo D. Castronuovo and J. A. Peas Lopes, "On the optimization of the daily operation of a wind-hydro power plant," *IEEE Transactions on Power Systems*, 19,1599–1606, Aug, 2004.
- [13] K. Y. Chan, "Sequential linearization in analytical target cascading for optimization of complex multilevel systems," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 225(2),451–462, 2011.
- [14] S. C. Chang and K. Y. Chan, "Iterative suspension and solution strategy for complex engineering problems," *Proceedings of the 9th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, Shizuoka, Japan*, June 13-17, 2011.
- [15] G. Contaxis and A.Vlachos, "Optimal power flow considering operation of wind parks and pump storage hydro units under large scale integration of renewable energy sources," *IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, 3,1745–1750, Jan, 2000.
- [16] InfraVest GmbH, "歡迎來到英華威," http://www.infra-vest.com/TC/index.html,
   2012.
- [17] S. A. Grady, M. Y. Hussainia, and M. M. Abdullah, "Placement of wind turbines using genetic algorithms," *Renewable Energy*, 30,259–270, Feb, 2005.
- [18] J. Han and P. Papalambros, "A sequential linear programming coordination algorithm for analytical target cascading," *Journal of Mechanical Design*, 132(2),0210031–0210038, 2010.
- [19] J. Han and P. Papalambros, "An SLP filter algorithm for probabilistic analytical target cascading," *Structural and Multididisciplinary Optimization*, 41(6),935–945, 2010.
- [20] T. C. Hung and K. Y. Chan, "Multi-objective design and tolerance allocation for single and multi-level systems," *Journal of Intelligent Manufacturing (Online)*, DOI: 10.1007/s10845-011-0608-3, 2012.
- [21] J. F. Manwell, J. G. Mcgowan, and A. L. Rogers, Wind Energy Explained Theory, Design and Application. New York: John Wiley and Sons Ltd, 2nd edition, 2002.
- [22] NO. Jensen, "A note of wind generator interaction," Roskilde, Denmark, Riso National Laboratory, 1983.

- [23] M. Jureczko, M. Pawlak, and A. Mezyk, "Optimisation of wind turbine blades," Journal of Materials Processing Technology, 167,463–471, 2005.
- [24] H. Kim, N. Michelena, P. Papalambros, and T. Jiang, "Target cascading in optimal system design," *Journal of Mechanical Design*, 125(3),474–480, 2003.
- [25] J. Lassiter, M. Wiecek, and K. Andrighetti, "Lagrangian coordination and analytical target cascading: Solving atc-decomposed problems with lagrangian duality," *Optimization and Engineering*, 6(3),361–381, 2005.
- [26] Y. Li, Z. Lu, and J. Michalek, "Diagonal quadratic approximation for parallelization of analytical target cascading," *Journal of Mechanical Design*, 130(5),0514021–05140211, 2003.
- [27] S. Marglin, "Public investment criteria," MIT Press, 1967.
- [28] J. Michalek and P. Papalambros, "An efficient weighting update method to achieve acceptable consistency deviation in analytical target cascading," *Journal of Mechanical Design*, 127(2),206–214, 2005.
- [29] N. Michelena, H. Kim, and P. Papalambros, "A system partitioning and optimization approach to target cascading," in Preceedings of the 12th International Conference on Engineering Design, August 24-26, 1999.
- [30] N. Michelena, H. Park, and P. Papalambros, "Convergence properties of analytical target cascading," AIAA Journal, 41(5),897–905, 2003.
- [31] G. Mosetti, C. Poloni, and B. Diviacco, "Optimization of wind turbine positioning in large windfarms by means of a genetic algorithm," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 16,105–116, Jan, 1994.
- [32] K. Pandiaraj, P. Taylor, N. Jenkins, and C. Robb, "Distributed load control of autonomous renewable energy systems," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 16,14–19, March, 2001.
- [33] Lennart Soder, "Reserve margin planning in a wind-hydro-thermal power system," IEEE Transactions on Power Systems, 8,564–571, May, 1993.

- [34] S. Tosserams, L. Etman, P. Papalambros, and J. Rooda, "An augmented lagrangian relaxation for analytical target cascading using the alternating direction method of multipliers," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 31(3),176–189, 2006.
- [35] A. J. Vitale and A. P. Rossi, "Computational method for the design of wind turbine blades," *Journal of Hydrogen Energy*, 33,3466–3470, 2008.

